

УДК 621.7

## ВЛИЯНИЕ НЕУРАВНОВЕШЕННОСТИ ЗАГОТОВОК НА ПАРАМЕТРЫ БАЛАНСИРОВКИ ДЛИННОМЕРНЫХ ВАЛОВ И РОТОРОВ

*Аль-Обайди Луаи Мохаммед Раджаб*

Донской государственной технической университет (Ростов-на-Дону, Российская Федерация)

Рассмотрены изменения при балансировке вращающегося тела. Проведены имитационные эксперименты для ротора и вала. В первом случае (то есть для ротора) использовали рассчитанные балансировочные массы, во втором — немного меньшую массу, чем рекомендовано. Названы основные механические и размерные параметры обоих вращающихся тел. Выполнено моделирование для несбалансированного и сбалансированного ротора.

**Ключевые слова:** вращающиеся машины, обработка, вал, ротор, вибрация, центробежная сила, жесткость, демпфирование, интегратор, механизм, точность, стойкость, скорость резания, температура, шпиндель, двигатель, баланс, диск, статическая балансировка, динамическая балансировка, смещение, масса.

## THE EFFECT OF WORKPIECE IMBALANCE ON THE BALANCING PARAMETERS OF LONG SHAFTS AND ROTORS

*Al-Obaidi Luay Mohammed Rajab*

Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation)

The paper considers changes in the balancing of a rotating body. Simulation experiments were performed for the rotor and shaft. In the first case (that is, for the rotor), the calculated balancing weights were used, in the second — a slightly smaller mass than recommended. The main mechanical and dimensional parameters of both rotating bodies are given. Simulations have been performed for an unbalanced and balanced rotor.

**Keywords:** rotating machines, machining, shaft, rotor, vibration, centrifugal force, stiffness, damping, integrator, mechanism, accuracy, durability, cutting speed, temperature, spindle, engine, balance, disc, static balancing, dynamic balancing, displacement, mass.

**Введение.** Роторы используются в системах, которые обеспечивают функционирование обрабатывающих инструментов, промышленных турбомашин и т. д. При несбалансированном распределении вращающихся масс вокруг оси возникает дисбаланс ротора. Это серьезная техническая проблема и основная причина чрезмерных вибраций, особенно на более высоких скоростях. Возникающие большие центробежные неуравновешенные силы могут привести к повреждению подшипников и в конечном итоге — к разрушению машин. Таким образом, устранение дисбаланса является основной задачей при проектировании и эксплуатации оборудования.

Разбалансировка вращающегося тела оценивается стандартами ISO 1940-2 и ISO 11342, в которых подробно описаны методы расчета допусков дисбаланса. Оценка качества баланса определяет пределы остаточного дисбаланса: это произведение эксцентриситета  $e$  (мм) и рабочей частоты  $f$  (Гц). В табл. 1 собраны стандартные рекомендации по выбору параметров дисбаланса для разных устройств.

Таблица 1

Рекомендации по выбору параметров дисбаланса для оборудования с вращающимися элементами

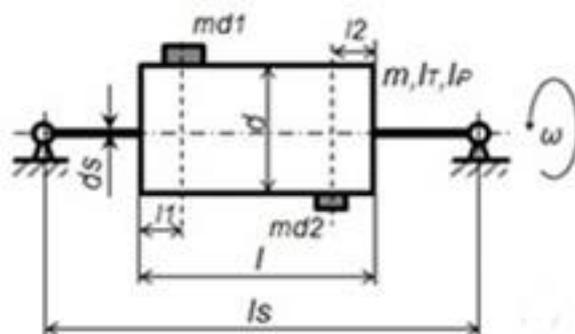
Класс дисбаланса	Величина [мм/с]	Оборудование
$G 4000$	4000	Медленные дизельные двигатели
$G 630$	630	Приводы жестко установленных больших двухтактных двигателей
$G 250$	250	Жестко установленные быстрые четырехцилиндровые дизельные двигатели
$G 100$	100	Дизельные и бензиновые двигатели внутреннего сгорания (для легковых, грузовых автомобилей, локомотивов)
$G 40$	40	Колеса для автомобилей и мотоциклов, карданные валы
$G 16$	16	Комплекующие сельхозмашин: приводы коленвалов, шлифовальные машины, соединительные валы
$G 6,3$	6,3	Части машин технологической установки, газовых турбин, центрифуг, небольших электродвигателей (max диаметр вала 80 мм и max 950 об/мин), станков, насосных устройств, вентиляторов, водяных турбин, маховиков, валков бумагоделательных машин
$G 2,5$	2,5	Газовые и паровые турбины, турбокомпрессоры, приводы в компьютерах, крупные электродвигатели (более $\varnothing 80$ мм и 950 об/мин), газовые турбины, станки, детали текстильных машин
$G 1$	1	Вращающиеся элементы оборудования для видео- и аудиозаписи
$G 0,4$	0,4	Шпиндели, диски, валы машин с высокой точностью, гироскопы

Цель представленной работы — проанализировать влияние эксцентриситета вращающегося тела на его вибрации [1–6] и устранить их. Для этого необходимо рассчитать положения и величины дополнительных масс, устраняющих вибрации:

- жесткость на изгиб вала по уравнению (8),
- жесткость крутящего момента вала (5),
- поперечный момент инерции (6),
- полярный момент уравнения инерции тела (7),
- угол кручения ротора, который представляет продольные колебания ротора (18).

### Основная часть

**Анализ сил, вызванных неуравновешенным вращающимся телом.** Рассматриваются два случая цилиндрических вращающихся тел: ротор и длинный вал (рис. 1).



a)

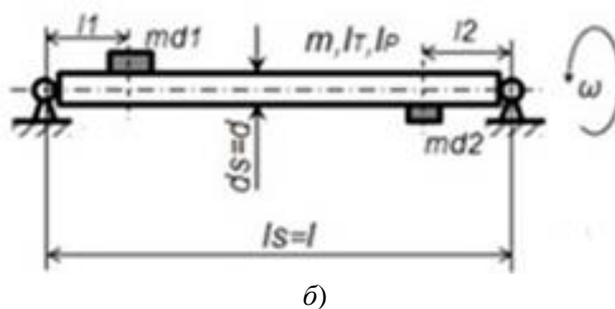


Рис. 1. Параметры вращающихся тел: ротор (а) и вал (б)

Эти вращающиеся тела похожи по динамическим свойствам и расчету возможных вибраций. В системе на рис. 1 ротор считается неподвижным, опираясь на безмассовый круглый и сплошной вал, который опирается на подшипники [4]:

- $l$  — длина ротора,
- $d$  — диаметр ротора,
- $l_s$  — длина вала,
- $d_s$  — диаметр вала,
- $m$  — масса ротора (вала),
- $m_{d1}$  — неуравновешенная (несбалансированная) масса в плоскости I,
- $m_{d2}$  — неуравновешенная (несбалансированная) масса в плоскости II,
- $l_1$  — расстояние от плоскости I для размещения неуравновешенной (несбалансированной) массы,
- $l_2$  — расстояние от плоскости II для размещения неуравновешенной (несбалансированной) массы,
- $l_T, l_P$  — поперечный полярный момент инерции.

Несбалансированное вращающееся тело (рис. 2) может перемещаться в радиальном направлении по горизонтали и вертикали и также вращаться вокруг осей  $x, y$ , которые находятся в плоскости, перпендикулярной оси вращения  $z$  [3].

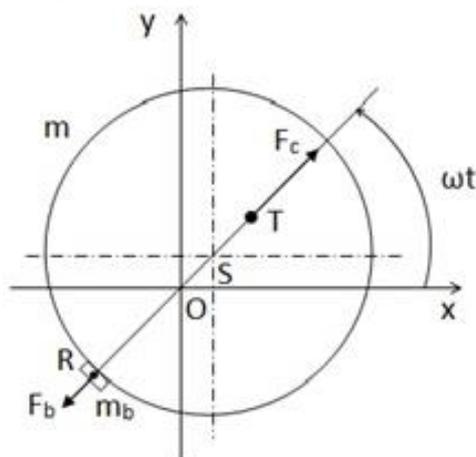


Рис. 2. Анализ сил в несбалансированном роторе

Здесь  $m_b$  — вес балансирующей массы,  $m$  — вес ротора,  $o$  — ось вращения,  $s$  — геометрический центр ротора,  $T$  — центр тяжести ротора,  $|ST|$  — эксцентриситет  $e$ ,  $|OS|$  — отклонение в направлении оси  $z$ ,  $|OR|$  — рука балансирующей массы.

Рис. 2 позволяет проанализировать возникающие радиальные силы в случае неуравновешенного ротора и принцип его балансировки путем сложения сбалансированной

массы. Из-за неравномерно распределенной массы вокруг оси вращения центр тяжести смещается от геометрического центра по эксцентриситету  $e$  (определяется расстоянием  $\overline{ST}$ ). Из-за центробежной силы  $F_c$  во время вращения ротор отклоняется, и увеличивается расстояние между центром тяжести и осью вращения. Очевидно, что для устранения эксцентриситета  $e$  небольшая уравнивающая масса должна быть размещена в противоположном направлении, чтобы ее центробежная сила  $F_b$  также действовала в этом направлении — против силы  $F_c$  [5]. Согласно третьему закону Ньютона, при вращении центробежная сила, вызванная массой  $m_n$ , вращающейся на радиусе  $r$ , равна центробежной силе, активируемой массой  $m$  на радиусе  $e$ :

$$m_n r = m e. \quad (1)$$

Используя это выражение, можно рассчитать эксцентриситет:

$$e = \frac{m_n r}{m}. \quad (2)$$

При допустимом максимальном остаточном дисбалансе  $e$  в определенном классе дисбаланса  $G$  получаем:

$$e = \frac{v}{w} = \frac{v}{2\pi f} = \frac{v}{2\pi \frac{n}{60}}. \quad (3)$$

Здесь  $v$  равен классу дисбаланса  $G$  (потому что классификация основана на круговой скорости  $v$  и радиусе  $e$ , описываемом вокруг центра тяжести ротора).

Другой вариант устранения дисбаланса предполагает удаление части материала (например, путем сверления) из определенного положения на роторе в направлении центробежной силы  $F_c$ .

По положению неравномерно распределенной массы вращающегося тела вокруг и вдоль оси вращения различают статический и динамический дисбаланс, а именно:

- сбалансированная вращающаяся система,
- статическая несбалансированная вращающаяся система,
- вращающий момент неуравновешенной вращающейся системы,
- динамическая несбалансированная вращающаяся система.

Чтобы активировать дисбаланс вращающегося тела, две балансировочные массы, имеющие разные значения массы  $m_1$  и  $m_2$ , помещают в две разные плоскости, которые взаимно расположены на большем расстоянии и в радиальном направлении смещены на  $180^\circ$  [2]. Масса, активирующая статический дисбаланс первоначально равномерно вращающегося тела, определяется разностью обеих масс:

$$m_s = m_{d1} - m_{d2}. \quad (4)$$

В случае, когда две равные балансировочные массы расположены в двух плоскостях, возникает не статический, а динамический дисбаланс.

Рассмотрим консоль (рис. 3), которая поддерживается двумя жесткими подшипниками и нагружена силой  $F$ . Это вызывает изгиб консоли  $y$ , который прямо пропорционален силе  $F$ . Консоль реагирует силой  $F_D$ , имеющей то же значение, но противоположную ориентацию [1]. Если масса  $m$  помещается на консоль, она будет вести себя так же, как и на спиральной пружине.

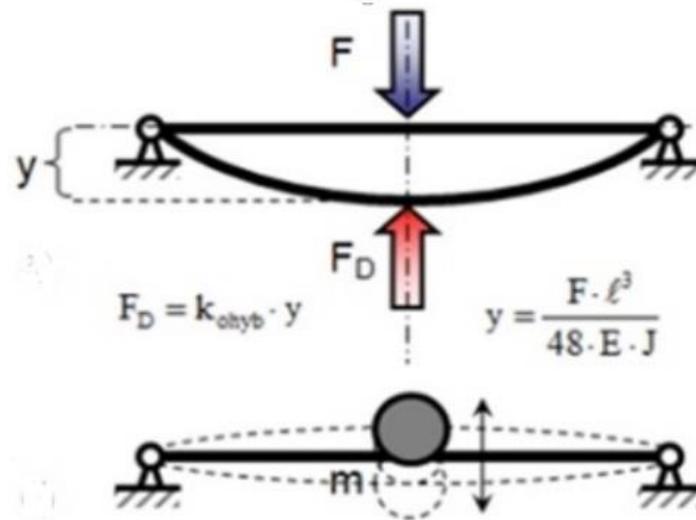


Рис. 3. Расчет жесткости консоли, опирающейся на два жестких подшипника

Здесь:

—  $l$  — длина заготовки,

—  $E$  — модуль упругости Юнга (сталь:  $2,1 \cdot 10^5$  Н/мм<sup>2</sup>),

—  $J$  — момент инерции тела со сплошным круглым сечением ( $\pi \cdot D^4/64$ ).

Для расчета математической модели нужны дополнительные формулы (обозначения — как на рис. 1 и 3).

Жесткость крутящего момента симметричного изотропного ротора:

$$K = k l^2. \quad (5)$$

Поперечный момент инерции вокруг оси, перпендикулярной оси вращения:

$$I_T = \frac{1}{4} m_c r^2. \quad (6)$$

Полярный момент инерции того же вращающегося тела представляет собой основной момент инерции вокруг главной оси вращения:

$$I_P = \frac{1}{2} m_c r^2. \quad (7)$$

Жесткость при изгибе консоли, закрепленной в жестких опорах:

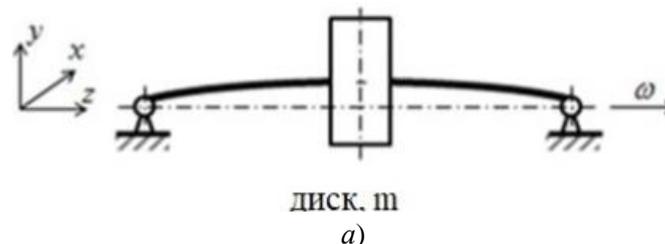
$$k = \frac{48 EJ}{l^3}. \quad (8)$$

Формула для квадратичного момента инерции поперечного сечения:

$$J = \frac{\pi d^4}{64}. \quad (9)$$

**Математическая модель неуравновешенного ротора.** Часто модель

несбалансированного вращающегося тела основывается на несбалансированном роторе. Он представляет собой линейную модель и состоит из существенного несбалансированного диска, который расположен в центре несущественного упругого вала, закрепленного в двух жестких опорах (рис. 4а). Конструкция имеет четыре степени свободы, которые описываются четырьмя дифференциальными уравнениями второго порядка.



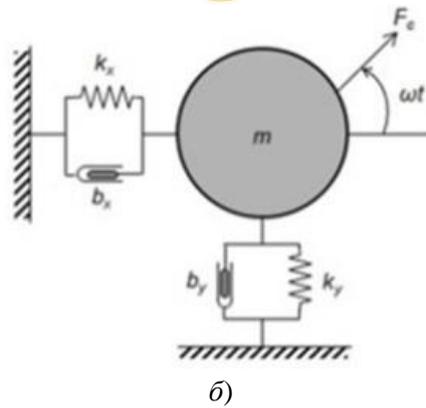


Рис. 4. Схема ротора (а) и модель с амортизаторами и пружинами (б)

Если рассматривать диск с массой  $m$  как точку массы, то ротор имеет две степени свободы и может двигаться только в радиальном направлении по горизонтальной и вертикальной осям. При вращении центр тяжести движется по траектории, называемой орбитой.

Для модели характерны жесткость при изгибе и демпфирование подшипника. Это можно рассматривать как пружину и демпфер, вращающийся синхронно с ротором. Таким образом, ротор соединен с землей через линейные пружины и демпферы, а движение в направлениях  $x$  и  $y$  обеспечивают изменяющиеся во времени радиальные составляющие вектора вращения силы. Это является следствием вращающегося несбалансированного ротора (см. рис. 4б). Уравнения движения для описанной замещающей модели выводятся из второго закона Ньютона ( $F = ma = m\ddot{x}$ ):

$$m\ddot{x} + b_x\dot{x} + k_x x = F_c \cos (wt), \tag{10}$$

$$m\ddot{y} + b_y\dot{y} + k_y y = F_c \sin (wt). \tag{11}$$

Здесь  $b_x, b_y$  — демпфирование по осям  $x$  и  $y$ ;  $k_x, k_y$  — жесткость по осям  $x$  и  $y$ .

Если  $b_x = b_y$  и  $k_x = k_y$ , модель, представляющая статический дисбаланс ротора, считается изотропной и уравнения взаимно независимы, т. е. не связаны между собой. Значит, демпфирование и упругость в направлениях оси  $x$  и  $y$  равны, и система отсчета может вращаться в плоскости без каких-либо изменений в уравнениях движения [6]. Математическая модель описывается в координатах  $x, y$  уравнениями движения.

Уравнения движения для статического дисбаланса:

$$m_c\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F_c \cos (wt), \tag{12}$$

$$m_c\ddot{y} + b\dot{y} + ky = F_c \sin (wt). \tag{13}$$

Уравнения движения для динамического дисбаланса:

$$I_T \ddot{\theta}_x + \omega I_P \dot{\theta}_y + K\theta_x = M \cos (wt), \tag{14}$$

$$I_T \ddot{\theta}_y - \omega I_P \dot{\theta}_x + K\theta_y = M \sin (wt). \tag{15}$$

Для центробежной силы  $F_c$  и крутящего момента  $M$ , вызванного дисбалансом, можно вывести:

$$F_c = m_s(r + z')\omega^2, \tag{16}$$

$$M = (m_{d1} + m_{d2})(l - l_1 - l_2)r\omega^2. \tag{17}$$

Значение эксцентриситета можно определить, подставив уравнение (4) в (2). Сумма  $(r + z')$  — это мгновенное значение рычага дисбаланса, а  $z'$  — общее отклонение, представляющее амплитуду суммарной вибрации ротора:

$$z' = \sqrt{x^2 + y^2}. \tag{18}$$

Напомним, что для расчета продольных колебаний действует аналогичная формула, как и в предыдущем случае. Общий угол закручивания  $\gamma$  состоит из двух компонентов:

$$\gamma = \sqrt{\theta_x^2 + \theta_y^2}. \quad (19)$$

Для устранения центробежной силы  $F_c$  и результирующего крутящего момента  $M$ , вызванного дисбалансом ротора, необходимо добавить или удалить (например, сверлением) определенную массу в обеих плоскостях. Мы суммируем или вычитаем центробежную силу из уравновешивающей массы, угол которой смещен от силы  $F_c$  на угол  $\phi$ . Для балансировки можно вывести уравнения движения в окончательном виде.

Рассмотрим добавление балансировочной массы.

Статическая балансировка:

$$m_c \ddot{x} + b\dot{x} + kx = m_s (r + z) \omega^2 \cos(\omega t) + m_b (rb + z) \omega^2 \cos(\omega t + \phi), \quad (20)$$

$$m_c \ddot{y} + b\dot{y} + ky = m_s (r + z) \omega^2 \sin(\omega t) + m_b (rb + z) \omega^2 \sin(\omega t + \phi). \quad (21)$$

Динамическая балансировка:

$$I_T \ddot{\theta}_x + \omega I_p \dot{\theta}_y + K\theta_x = M \cos(\omega t) + (m_{b1} + m_{b2})(l - l_1 - l_2) rb \omega^2 \cos(\omega t + \phi), \quad (22)$$

$$I_T \ddot{\theta}_y + \omega I_p \dot{\theta}_x + K\theta_y = M \sin(\omega t) + (m_{b1} + m_{b2})(l - l_1 - l_2) rb \omega^2 \sin(\omega t + \phi). \quad (23)$$

Здесь  $\phi = 180^\circ$ .

Рассмотрим удаление массы (например, сверлением).

Статическая балансировка:

$$m_c \ddot{x} + b\dot{x} + kx = m_s (r + z) \omega^2 \cos(\omega t) + m_b (rb + z) \omega^2 \cos(\omega t + \phi), \quad (24)$$

$$m_c \ddot{y} + b\dot{y} + ky = m_s (r + z) \omega^2 \sin(\omega t) + m_b (rb + z) \omega^2 \sin(\omega t + \phi). \quad (25)$$

Динамическая балансировка:

$$I_T \ddot{\theta}_x + \omega I_p \dot{\theta}_y + K\theta_x = M \cos(\omega t) + (m_{b1} + m_{b2})(l - l_1 - l_2) rb \omega^2 \cos(\omega t + \phi), \quad (26)$$

$$I_T \ddot{\theta}_y + \omega I_p \dot{\theta}_x + K\theta_y = M \sin(\omega t) + (m_{b1} + m_{b2})(l - l_1 - l_2) rb \omega^2 \sin(\omega t + \phi). \quad (27)$$

Здесь  $\phi = 0$ .

**Заключение.** Разработана имитационная модель для анализа колебаний статических и динамических неуравновешенных вращающихся тел. Она основана на модели ротора, описываемой четырьмя динамическими дифференциальными уравнениями с учетом четырех степеней свободы по двум перпендикулярным осям. Угловая скорость  $\omega$  представляет входные данные модели. Выходные — перемещение центра тяжести в плоскости, перпендикулярной оси вращения.

### Библиографический список

1. Технология машиностроения / А. А. Маталин. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2008. — 512 с.
2. Резание материалов. Режущий инструмент. В 2 ч. Ч. 2 / И. А. Савин, А. Г. Схиртладзе, В. А. Гречишников [и др.] ; под общ. ред. Н. А. Чемборисова. — Москва : Юрайт, 2017. — 246 с.
3. Пашкевич, В. М. Оптимизация режимов резания на основе использования семантических сетей / В. М. Пашкевич, М. Н. Миронова // Вестник Белорусского национального технического университета. — 2011. — № 3. — С. 9–12.
4. Пашкевич, В. М. Многофакторная оптимизация параметров механической обработки на основе использования семантических сетей / В. М. Пашкевич, М. Н. Миронова // Вестник Белорусско-Российского университета. — 2011. — № 4. — С. 51–61.
5. Попов, М. Е. Проектирование операций обработки деталей на токарных станках с ЧПУ / М. Е. Попов, А. М. Попов. — Ростов-на-Дону : Изд-во ДГТУ, 2002. — 112 с.



6. Поиск новых технологических методов упрочняющей обработки коленчатых валов двигателей / А. П. Бабичев, М. Е. Попов, А. Эль Дакдуки, Ф. А. Пастухов // Вестник Донского государственного технического университета. — 2015. — № 15 (1). — С. 68–78.  
<https://doi.org/10.12737/10389>

*Об авторе:*

**Аль-Обайди Луаи Мохаммед Раджаб**, аспирант кафедры «Технология машиностроения» Донского государственного технического университета (РФ, 344003, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), [luayrajab@yahoo.com](mailto:luayrajab@yahoo.com).

*Author:*

**Al-Obaidi Luay Mohammed Rajab**, Postgraduate student, Department of Mechanical Engineering Technology, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, RF, 344003), [luayrajab@yahoo.com](mailto:luayrajab@yahoo.com)