

УДК 681.5.015

## ПРОВЕРКА УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОЙ РЕГУЛИРОВКИ ПОДАЧИ ВОДЫ

*М. Ю. Глухов, Н. В. Авилова*

Донской государственной технической университет (г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация)

Проведена проверка устойчивости системы автоматической регулировки подачи воды, получено ее уравнение. Выведена формула двигателя постоянного тока в системе колебательного звена. Сделан расчет устойчивости системы с несколькими двигателями от производителя Motor Power типа PENTA с использованием критерия Гурвица. Цель всех этих исследований — анализ работы системы для проверки надежности автоматического регулирования подачи воды с использованием разных двигателей и выбор наиболее оптимального из них.

**Ключевые слова:** двигатель постоянного тока, Motor Power, система автоматической регулировки, расчет устойчивости, критерий Гурвица, регулировка подачи воды.

UDC 681.5.015

## CHECKING THE STABILITY CONTROL SYSTEM OF AUTOMATIC WATER SUPPLY

*M. Y. Glukhov, N. V Avilova.*

Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation)

In this article, the formula of a DC motor in the form of an oscillatory link is considered. The equation of the automatic water supply control system is obtained. The stability of a system with several engines from the manufacturer MOTOR-POWER of the PENTA type was calculated using the Hurwitz criterion.

**Keywords:** DC motor, MOTOR-POWER, automatic adjustment system, stability calculation, Hurwitz criterion, water flow adjustment

**Введение.** Главным условием работоспособности системы автоматического регулирования является её устойчивость. Под устойчивостью подразумевается свойство системы возвращаться в первоначальное состояние равновесия, благодаря которому она была выведена под воздействием возмущающих факторов после окончания их воздействия.

**Основная часть. Проверка устойчивости системы автоматической регулировки подачи воды.** Схема автоматической регулировки подачи воды включает в себя три звена: кран на электроприводе, электронный расходомер, компьютер. Так как кран устанавливается перед расходомером, то он будет являться первым звеном. Далее идет электронный расходомер, с которого будут сниматься показания. Обратной связью станет компьютер, который и будет управлять краном. Схема автоматической регулировки представлена на рис. 1.



Рис. 1. Схема автоматической регулировки подачи воды

Система относительно проста, ведь электронный расходомер и компьютер являются здесь простыми интегрирующими звеньями, но в то же время электрический кран — это сложное звено, и необходимо вычислить передаточное звено двигателя, управляющего краном. Для данной системы был выбран двигатель постоянного тока.

Двигатель постоянного тока (ДПТ), как элемент системы автоматического управления, описывается дифференциальными уравнениями якорной цепи и механической части двигателя [1–2]:

$$\begin{cases} U = i_{я}R_{я} + L_{я}\frac{di_{я}}{dt} + C_e\omega \\ C_M(i_{я} - i_c) = J\frac{d\omega}{dt} \end{cases}, \quad (1)$$

где  $L_{я}, R_{я}$  — соответственно индуктивность и активное сопротивление якорной цепи;

$i_{я}, i_c$  — соответственно ток якорной цепи и ток нагрузки;

$C_e, C_M$  — конструктивные постоянные двигателя;

$J$  — момент инерции двигателя.

Когда на входе двигателя происходит изменение напряжения на  $\Delta U$ , то изменяются ток двигателя  $\Delta i_{я}$  и частота вращения двигателя  $\Delta \omega$ , и если не учитывать обратную связь по противо-ЭДС двигателя ( $C_e\omega = 0$ ), то получается система уравнений якорной цепи и механической части двигателя в приращениях:

$$\begin{cases} \Delta U = \Delta i_{я}R_{я} + L_{я}\frac{d\Delta i_{я}}{dt} \\ C_M(\Delta i_{я} - \Delta i_c) = J\frac{d\Delta \omega}{dt} \end{cases} \quad (2)$$

Упрощаем систему уравнений (2) и, считая  $i_c = 0$ , переводим систему к операторной форме записи уравнений:

$$\begin{cases} \Delta U(p) = \Delta i_{я}(p)R_{я} + L_{я}p\Delta i_{я}(p) \\ C_M\Delta i_{я}(p) = Jp\Delta \omega \end{cases} \quad (3)$$

Из уравнений (3) получаем выражения для передаточных функций якорной цепи и механической части двигателя:

$$\begin{cases} W_{яц}(p) = \frac{\Delta i_{я}(p)}{\Delta U(p)} = \frac{1}{T_{э}p + 1} \\ W_{мех.ч}(p) = \frac{\Delta \omega}{\Delta i_{я}} = \frac{C_M}{Jp} = \frac{R_{я}}{T_M p} \end{cases}, \quad (4)$$

где  $T_{э} = \frac{L_{я}}{R_{я}}$  является электромагнитной постоянной двигателя;

$T_M = \frac{JR_{я}}{C_e C_M}$  является электромеханической постоянной двигателя.

Отсюда, согласно системе (4), получаем развернутую структурную схему двигателя, изображенную на рис. 2.

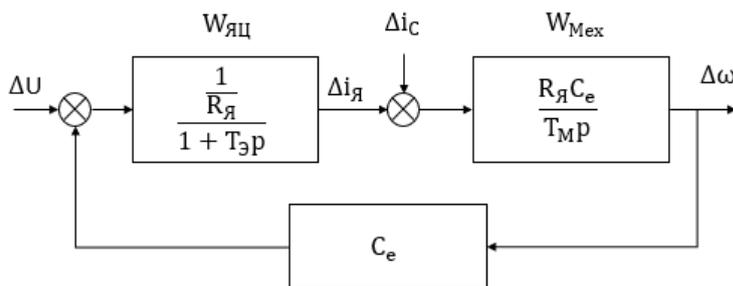


Рис. 2. Развернутая структурная схема ДПТ

Упрощая развернутую схему, ДПТ можно выразить одним колебательным звеном:

$$W_{\text{двиг}}(p) = \frac{\Delta\omega}{\Delta U} = \frac{K_{\text{двиг}}}{T_{\text{э}}T_{\text{м}}p^2 + T_{\text{м}}p + 1} \tag{5}$$

где  $K_{\text{двиг}} = \frac{1}{c_e} = \frac{K_e}{\sqrt{R}}$  — постоянная электродвигателя;

$K_e$  — постоянная ЭД;

а  $R$  — сопротивление обмоток (рис. 3).

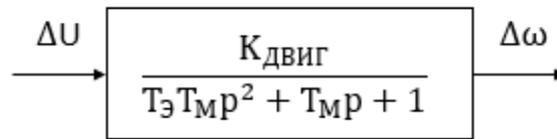


Рис. 3. Свернутая структурная схема ДПТ

Представим схему, изображенную на рис. 1, в виде передаточных звеньев согласно рис. 4, где  $W1(p)$  — динамическое звено шарового крана на электроприводе,  $W2(p)$  — динамическое звено электронного расходомера,  $W3(p)$  — динамическое звено компьютера.

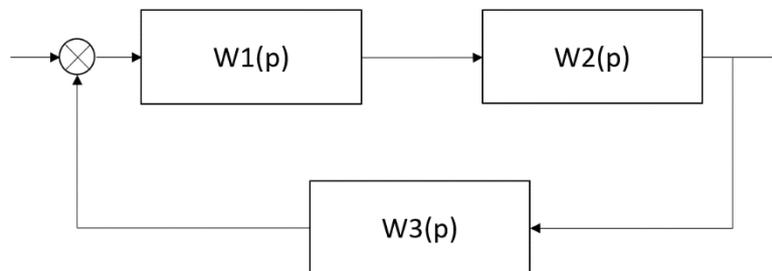


Рис. 4. Развернутая схема системы автоматической регулировки подачи воды

В первую очередь, опираясь на рис. 4, преобразуем звенья  $W1$  и  $W2$ , так как они последовательные, их необходимо перемножить согласно правилу эквивалентных преобразований для последовательно соединенных звеньев, после получим структурную схему, изображенную на рис. 5.

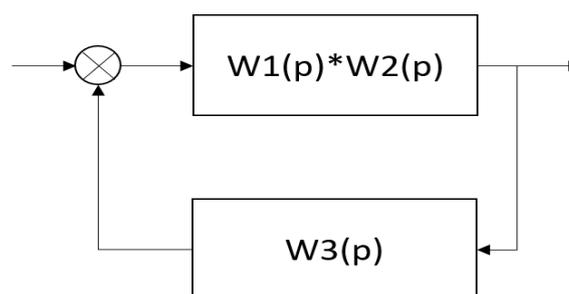


Рис. 5. Структурная схема после первого преобразования

Для преобразования звеньев  $W1*W2$  и  $W3$  необходимо воспользоваться формулой эквивалентных преобразований для параллельно соединенных звеньев. Так как в данном случае это отрицательная обратная связь, то знак в знаменателе положительный.

$$W3 = \frac{W1}{1+W1*W2}, \tag{6}$$

где  $W1$  и  $W2$  — первое и второе звено соответственно.

Формула общего динамического звена (6) приобретет вид, изображенный на рис. 6.

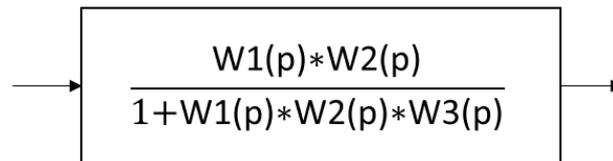


Рис. 6. Свернутая схема системы автоматической регулировки подачи воды

Передаточные функции звеньев, входящих в систему:

$$W1(p) = \frac{K_{\text{ДВИГ}}}{T_{\text{Э}}T_{\text{М}}p^2 + T_{\text{М}}p + 1};$$

$$W2(p) = \frac{1}{p};$$

$$W3(p) = \frac{1}{p}.$$

Подставим передаточные функции звеньев в уравнение, полученное на рис. 6. В результате получим уравнение (7):

$$W = \frac{\frac{K_{\text{ДВИГ}}}{T_{\text{Э}}T_{\text{М}}p^2 + T_{\text{М}}p + 1} \cdot \frac{1}{p}}{1 + \frac{K_{\text{ДВИГ}}}{T_{\text{Э}}T_{\text{М}}p^2 + T_{\text{М}}p + 1} \cdot \frac{1}{p} \cdot \frac{1}{p}} \quad (7)$$

Упростим уравнение (7) и полученное отобразим в уравнении (8):

$$W = \frac{\frac{K_{\text{ДВИГ}}}{T_{\text{Э}}T_{\text{М}}p^3 + T_{\text{М}}p^2 + p}}{\frac{T_{\text{Э}}T_{\text{М}}p^4 + T_{\text{М}}p^3 + p^2}{T_{\text{Э}}T_{\text{М}}p^4 + T_{\text{М}}p^3 + p^2} + \frac{K_{\text{ДВИГ}}}{T_{\text{Э}}T_{\text{М}}p^4 + T_{\text{М}}p^3 + p^2}} \quad (8)$$

Уравнение (8) приведем к простой дроби и запишем под одним знаменателем, получим уравнение (9):

$$W = \frac{K_{\text{ДВИГ}}(T_{\text{Э}}T_{\text{М}}p^4 + T_{\text{М}}p^3 + p^2)}{(T_{\text{Э}}T_{\text{М}}p^3 + T_{\text{М}}p^2 + p)(T_{\text{Э}}T_{\text{М}}p^4 + T_{\text{М}}p^3 + p^2 + K_{\text{ДВИГ}})} \quad (9)$$

Преобразуем уравнение (9) и приведем его к окончательной форме в виде уравнения (10):

$$W = \frac{K_{\text{ДВИГ}}T_{\text{Э}}T_{\text{М}}p^3 + K_{\text{ДВИГ}}T_{\text{М}}p^2 + K_{\text{ДВИГ}}p}{T_{\text{Э}}^2T_{\text{М}}^2p^6 + 2T_{\text{Э}}T_{\text{М}}^2p^5 + 2T_{\text{Э}}T_{\text{М}}p^4 + K_{\text{ДВИГ}}T_{\text{Э}}T_{\text{М}}p^2 + T_{\text{М}}^2p^4 + 2T_{\text{М}}p^3 + K_{\text{ДВИГ}}T_{\text{М}}p + p^2 + K_{\text{ДВИГ}}} \quad (10)$$

В качестве примера выполним выбор двигателя по его техническим характеристикам. Для определения устойчивости используем критерий Гурвица. Для того чтобы система автоматического регулирования была устойчива, все диагональные миноры определителя Гурвица должны быть положительны.

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & 0 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & 0 \\ 0 & 0 & a_1 & a_3 & a_5 \end{pmatrix}$$

Рис. 7. Определитель Гурвица

Необходимо рассчитать постоянную электродвигателя:

$$K_{\text{ДВИГ}} = \frac{K_e}{\sqrt{R}}$$

Использовался двигатель PENTA 1M 24V [3–4].

Исходные данные взяты из технических характеристик к двигателю:

$$T_{\Omega} = 1,58 \text{ мс} = 0,00158 \text{ с.};$$

$$T_M = 6 \text{ мс} = 0,006 \text{ с.};$$

$$K_e = 7,3 \text{ В с./рад.};$$

$$R = 0,85 \text{ Ом.}$$

Необходимо рассчитать постоянную электродвигателя.

$$K_{\text{двиг}} = \frac{K_e}{\sqrt{R}} = \frac{7,3}{\sqrt{0,85}} \approx 7,9$$

Подставим значения в уравнение (10):

$$W = \frac{7,5 \cdot 10^{-5} p^3 + 0,0474 p^2 + 7,9 p}{8,9 \cdot 10^{-11} p^6 + 1,2 \cdot 10^{-7} p^5 + 5,48 \cdot 10^{-5} p^4 + 0,012 p^3 + p^2 + 0,0474 p + 7,9} \quad (11)$$

Коэффициенты характеристического уравнения (11):

$$a_0 \approx 8,9 \cdot 10^{-11}; a_1 \approx 1,2 \cdot 10^{-7}; a_2 \approx 5,48 \cdot 10^{-5}; a_3 \approx 0,012; a_4 \approx 1; a_5 \approx 0,0474.$$

Подставим коэффициенты в определитель Гурвица, изображенный на рис. 7, и получим уравнение:

$$\Delta = \begin{pmatrix} 1,2 \cdot 10^{-7} & 0,012 & 0,0474 & 0 & 0 \\ 8,9 \cdot 10^{-11} & 5,48 \cdot 10^{-5} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1,2 \cdot 10^{-7} & 0,012 & 0,0474 & 0 \\ 0 & 8,9 \cdot 10^{-11} & 5,48 \cdot 10^{-5} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1,2 \cdot 10^{-7} & 0,012 & 0,0474 \end{pmatrix} \quad (12)$$

Произведем расчет всех диагональных миноров в выражениях (13–18):

$$a_0 = 8,9 \cdot 10^{-11} > 0 \quad (13)$$

$$\Delta_1 = a_1 = 1,2 \cdot 10^{-7} > 0 \quad (14)$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1,2 \cdot 10^{-7} & 0,012 \\ 8,9 \cdot 10^{-11} & 5,48 \cdot 10^{-5} \end{vmatrix} = 5,5 \cdot 10^{-12} > 0 \quad (15)$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1,2 \cdot 10^{-7} & 0,012 & 0,0474 \\ 8,9 \cdot 10^{-11} & 5,48 \cdot 10^{-5} & 1 \\ 0 & 1,2 \cdot 10^{-7} & 0,012 \end{vmatrix} = 5,2 \cdot 10^{-14} > 0 \quad (16)$$

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} 1,2 \cdot 10^{-7} & 0,012 & 0,0474 & 0 \\ 8,9 \cdot 10^{-11} & 5,48 \cdot 10^{-5} & 1 & 0 \\ 0 & 1,2 \cdot 10^{-7} & 0,012 & 0,0474 \\ 0 & 8,9 \cdot 10^{-11} & 5,48 \cdot 10^{-5} & 1 \end{vmatrix} = 5,2 \cdot 10^{-14} \quad (17)$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1,2 \cdot 10^{-7} & 0,012 & 0,0474 & 0 & 0 \\ 8,9 \cdot 10^{-11} & 5,48 \cdot 10^{-5} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1,2 \cdot 10^{-7} & 0,012 & 0,0474 & 0 \\ 0 & 8,9 \cdot 10^{-11} & 5,48 \cdot 10^{-5} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1,2 \cdot 10^{-7} & 0,012 & 0,0474 \end{vmatrix} = 2,5 \cdot 10^{-15} > 0 \quad (18)$$

Аналогично выполним еще расчеты и введем значения в табл. 1.

Таблица 1

Значения расчета устойчивости трех двигателей

	PENTA 1M 24V	PENTA 1S 24V	PENTA 5X 12V
$T_{Э}$ , мс	1,58	1,5	1,6
$T_M$ , мс	6	5	20
$K_e$ , В·с./рад.	7,3	6,4	3,4
$R$ , Ом	0,85	1,33	0,12
$K_{ДВИГ}$	7,9	5,6	9,8
$a_0$	$8,9 \cdot 10^{-11}$	$5,6 \cdot 10^{-11}$	$0,1 \cdot 10^{-8}$
$a_1$	$1,2 \cdot 10^{-7}$	$7,5 \cdot 10^{-8}$	$1,3 \cdot 10^{-6}$
$a_2$	$5,48 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^{-5}$	$4,6 \cdot 10^{-4}$
$a_3$	0,012	0,01	0,04
$a_4$	1	1	1
$a_5$	0,0474	0,028	0,196
$\Delta_1$	$1,2 \cdot 10^{-7}$	$7,5 \cdot 10^{-8}$	$1,3 \cdot 10^{-6}$
$\Delta_2$	$5,5 \cdot 10^{-12}$	$2,44 \cdot 10^{-12}$	$1,98 \cdot 10^{-10}$
$\Delta_3$	$5,2 \cdot 10^{-14}$	$1,88 \cdot 10^{-14}$	$6,2 \cdot 10^{-12}$
$\Delta_4$	$5,2 \cdot 10^{-14}$	$1,88 \cdot 10^{-14}$	$6,2 \cdot 10^{-12}$
$\Delta$	$2,5 \cdot 10^{-15}$	$5,26 \cdot 10^{-15}$	$1,2 \cdot 10^{-12}$
$D$ , мм	57,8	57,8	83,5
$L$ , мм	136	109,5	144,5
$P$ , Вт	70	45	100
$M$ , Нм	0,22	0,143	0,32

Так как все миноры матриц положительны, то системы устойчивы. Следовательно, по критерию устойчивости нас удовлетворяют все двигатели. Тогда выбор будет производиться по техническим характеристикам. В этом плане максимально удачный вариант PENTA 5X, так как работает от наименьшего напряжения 12 В, а также имеет габариты 83,5x144,5 мм, мощность 100 Вт и крутящий момент 0,32 Нм.

**Заключение.** Была проверена система автоматического регулирования подачи воды. Выполнен расчет полученных звеньев системы. Проведен сравнительный анализ системы с использованием разных двигателей и выбран наиболее оптимальный из них — двигатель PENTA 5X.

### Библиографический список

1. Основы проектирования элементов приборов и систем : учеб. пособие. Часть 1 / И. К. Цыбрий [и др]. — Ростов-на-Дону : Издательский центр ДГТУ, 2012. — 126 с.
2. Теория автоматического управления. Курс лекций [Электронный ресурс] / [www.toehelp.ru](http://www.toehelp.ru). — URL : <http://www.toehelp.ru/theory/tau/contents.html/> (дата обращения : 26.02.2020).
3. Электродвигатель постоянного тока [Электронный ресурс] / Инженерные решения. — URL : <http://engineering-solutions.ru/motorcontrol/dcmotor/> (дата обращения : 01.11.2019).
4. Каталог двигателей постоянного тока PENTA компании Motor Power Company [Электронный ресурс] / Motor Power Company. — URL : <https://www.motorpowerco.com> (дата обращения : 01.11.2019).



*Об авторах:*

**Глухов Михаил Юрьевич**, студент магистратуры Донского государственного технического университета (344000, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), [mikhail.glukhoff@gmail.com](mailto:mikhail.glukhoff@gmail.com)

**Авилова Наталья Васильевна**, доцент кафедры «Приборостроение и биомедицинская инженерия» Донского государственного технического университета (344000, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук, [av170556@rambler.ru](mailto:av170556@rambler.ru)

*Authors:*

**Glukhov Mikhail Yurievich**, master student of Don State Technical University (344000, Russian Federation, Rostov-on-Don, Gagarina sq. 1), [mikhail.glukhoff@gmail.com](mailto:mikhail.glukhoff@gmail.com)

**Avilova Natalia Vasilievna**, associate Professor, the department of «Instrumentation and Biomedical Engineering», Don State Technical University (344000, Russian Federation, Rostov-on-Don, Gagarina sq. 1), [av170556@rambler.ru](mailto:av170556@rambler.ru)