

УДК 004.94

## ПРИМЕНЕНИЕ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ МОНТЕ-КАРЛО В ИМИТАЦИОННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ

*Е. В. Окунь, Т. А. Гробер*

Донской государственный технический университет (г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация)

Для получения достоверных результатов исследования при моделировании системы необходимо применение расчетов эффективности процессов данной системы. В статье рассматривается применение численных методов Монте-Карло в имитационном моделировании. Данный метод позволяет осуществить анализ влияния неопределенности на системы при большом наборе ситуаций. В качестве примера представлена задача моделирования на основе алгоритмов имитации случайных событий.

**Ключевые слова:** имитационное моделирование, метод Монте-Карло, случайные равномерно распределенные числа, розыгрыш, алгоритм.

## APPLICATION OF NUMERICAL MONTE CARLO METHODS IN SIMULATION MODELING

*E. V. Okun, T. A. Grober*

Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation)

To obtain reliable research results when modeling the system, it is necessary to use calculations of the efficiency of the processes of this system. The article deals with the application of numerical Monte Carlo methods in simulation modeling. This method allows us to analyze the impact of uncertainty on systems in a large set of situations. As an example, the problem of modeling based on algorithms for simulating random events is presented.

**Keywords:** simulation modeling, Monte Carlo method, random uniformly distributed numbers, payout, algorithm.

**Введение.** Моделирование, особенно имитационное, широко применяется в различных областях науки и техники. Применение методологии моделирования часто направлено на увеличение эффективности процесса или явления системы. Имитационное моделирование предоставляет возможность на основе созданной модели проводить расчёты, которые определяют влияние характеристик показателей на функционирование системы. При надежных результатах исследования их рекомендуют в дальнейшем использовать для развития процессов модели.

Одним из методов имитационного моделирования является численный метод Монте-Карло.

**Основная часть.** Метод Монте-Карло применяется для исследования сложных систем. Принцип работы данного метода заключается в многократной имитации рассматриваемого процесса [2]. Многократная имитация способствует получению большого набора данных определенных реализаций этого процесса. После этого набор данных проходит обработку расчета характеристик процесса.

Основная задача моделирования методом Монте-Карло — это анализ влияния неопределенности на системы при большом наборе ситуаций [3]. Также метод служит для оценивания возможных результатов и их частоты для количественных величин.

Актуальность метода Монте-Карло заключается в том, что он часто является единственным способом решения для многомерных задач, тогда как аналитические методы возможно использовать только для задач меньшей размерности.

Идея метода состоит в следующем:

- определяется модель, которая лучше всего отражает поведение изучаемой системы;
- данная модель тестируется множество раз с использованием случайных чисел для вывода выходных данных модели;
- модель многократно запускается на компьютере в каждом полученном случае с различными входными данными для вывода набора результатов.

Применение случайных равномерно распределенных чисел (СРРЧ) является основой метода Монте-Карло. Розыгрыш СРРЧ производится с помощью специальных алгоритмов, благодаря которым рассчитывается бесконечная последовательность чисел. При этом значения СРРЧ всегда попадают в диапазон от нуля до единицы. СРРЧ имеют 3 свойства: равномерность, независимость и случайность.

Свойство равномерности заключается в том, что СРРЧ принимают значения от 0 до 1 с одинаковой частотой; независимости — все значения СРРЧ не зависят от любых предыдущих; случайности — последовательность СРРЧ не имеет какой-либо закономерности.

Один из алгоритмов получения СРРЧ — алгоритм Лемера. Для данного алгоритма задается три параметра: равномерность ( $R_0$ ), случайность ( $a$ ) и независимость ( $m$ ). Значения параметров подбираются при отладке алгоритма.

Процедура реализации розыгрыша СРРЧ на основе алгоритма Лемера:

1. Вычисляется произведение  $aR_{n-1}$ , где  $n$  — номер разыгрываемого СРРЧ [1].
2. Рассчитывается величина  $R_n$  как остаток от деления числа на параметр  $m$ :

$$R_n = \text{mod}(aR_{n-1}/m), \quad (1)$$

где  $\text{mod}$  — остаток от деления [1].

3. Находится СРРЧ по формуле:

$$R = \frac{R_n}{m} [1]. \quad (2)$$

Приведем простой пример розыгрыша трех СРРЧ на основе алгоритма Лемера, где  $a = 5$ ,  $m = 9$ ,  $R_0 = 3$ .

Розыгрыш 1. Вычисляется произведение  $aR_{n-1} = aR_0 = 5 \cdot 3 = 15$ . Рассчитывается величина  $R_n$ :  $R_n = R_1 = \text{mod}(15/9) = 6$ . Находится СРРЧ:  $R = 6/9 = 0,6666$ .

Розыгрыш 2. Вычисляется произведение  $aR_{n-1} = aR_1 = 5 \cdot 6 = 30$  (здесь  $R_{n-1} = R_1 = 6$  было вычислено в предыдущем розыгрыше). Рассчитывается величина  $R_n$ :  $R_n = R_2 = \text{mod}(30/9) = 3$ . Находится СРРЧ:  $R = 3/9 = 0,3333$ .

Розыгрыш 3. Вычисляется произведение  $aR_{n-1} = aR_2 = 5 \cdot 3 = 15$ . Рассчитывается величина  $R_n$ :  $R_n = R_3 = \text{mod}(15/9) = 6$ . Находится СРРЧ:  $R = 6/9 = 0,6666$ .

Рассмотрим пример решения задачи. Алгоритм решения основан на имитации случайных событий. Имитация случайного события на основе метода Монте-Карло представляет следующее. Разыгрывается СРРЧ  $R$ , если  $0 \leq R < P$ , где  $P$  — вероятность имитируемого события, то моделируется появление данного события; если  $R \geq P$ , то моделируется отсутствие события.

Постановка задачи. Компания производит некоторую продукцию. В 10 % продукции имеется дефект. При производстве годной продукции компания получает прибыль — 15 денежных единиц (д.е.), производство бракованной продукции несет убыток компании в размере 20 д.е. Необходимо: разработать алгоритм имитации производства продукции на основе метода Монте-Карло с реализацией его в виде программы и определить среднюю прибыль предприятия от производства одной единицы продукции. В данном примере дефект изделия — это случайное событие, вероятность которого равна 0,1.

Алгоритм имитации выпуска изделий заключается в следующем. Разыгрывается СРРЧ  $R$ , если  $R < 0,1$ , то моделируется выпуск бракованной продукции, при этом прибыль компании уменьшается на 25 д.е., при  $R \geq 0,08$  — моделируется выпуск годной продукции, тогда прибыль компании увеличивается на 15 д.е. Испытания выполняются 100 000 раз.

В таблице 1 приведены, в качестве примера, пять испытаний алгоритма.

Таблица 1

Имитация выпуска изделий

№	R	Изделие годное/бракованное	Прибыль (убыток)
1	0,0795	Бракованное	-5
2	0,3780	Годное	7
3	0,0593	Бракованное	-5
4	0,7602	Годное	7
5	0,2847	Годное	7

Была создана программа на языке *Visual Basic for Application*, реализующая алгоритм имитации работы компании.

```

Public Sub МК()
n = 100000
p = 0.1
prib = 15
ub = 20
brak = 0
sumprib = 0
For i = 1 To n
r = Rnd
If r < p Then
sumprib = sumprib - ub
Else
sumprib = sumprib + prib
End If
Next i
sredprib = sumprib / n
MsgBox ("Средняя прибыль от выпуска одного изделий " + Str(Round(sredprib, 2)))
End Sub

```

Рис. 1. Программный код решения задачи

Результат имитации следующий: средняя прибыль от выпуска одного изделия — примерно 11,49 д.е.

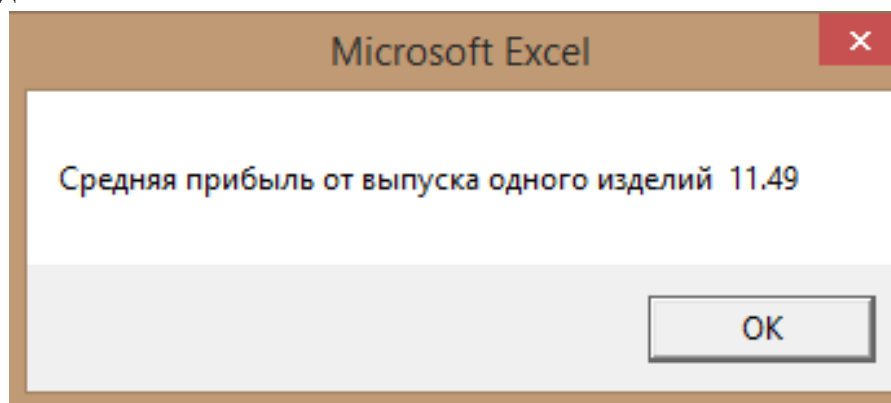


Рис. 2. Результат имитации

Преимущества метода Монте-Карло:

— связь между входными и выходными данными очевидна, что обеспечивает простоту понимания модели;

— применение данного метода возможно для любого распределения входной переменной;

— для определения сильных и слабых воздействий имеется возможность применения анализа чувствительности;

— при методе Монте-Карло во внимание могут приниматься любые условия, которые возникают в реальности;

— для реализации метода имеется доступное программное обеспечение.

Недостатки метода Монте-Карло:

— точность результата зависит от количества имитаций;

— основой метода является представление неопределенности параметров посредством достоверного распределения;

— для разработчиков моделей сложные структуры вызывают определенные трудности и усложняют взаимодействие с заинтересованными сторонами;

— данный метод плохо восприимчив к маловероятным событиям, что влечет к серьезным последствиям.

**Заключение.** На развитие вычислительной математики метод Монте-Карло оказывает значительное влияние. Сочетание данного метода с другими вычислительными методами, а также дополнение их при решении задач является одной из его особенностей. Применение данного метода присуще, прежде всего, задачам с теоретико-вероятностным описанием. Это способствует естественности получения ответа с заданной вероятностью в задачах и значительному упрощению процедуры решения.

#### Библиографический список

1. Смородинский, С. С. Оптимизация решений на основе компьютерных имитационных методов и моделей / С. С. Смородинский, Н. В. Батин — Минск: БГУИР, 2004. — 79 с.

2. Ермаков, С. М. Метод Монте-Карло в вычислительной математике / С. М. Ермаков — Москва: Наука, 2008. — 192 с.

3. Савелова, Т. И. Метод Монте-Карло: учеб. пос. / Т. И. Савелова — Москва: НИЯУ МИФИ, 2011. — 152 с.

*Об авторах:*

**Гробер Татьяна Александровна**, доцент кафедры «Математика и информатика» Донского государственного технического университета (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1) кандидат физико-математических наук, [groberta2020@mail.ru](mailto:groberta2020@mail.ru)

**Окунь Елена Владимировна**, бакалавр кафедры «Математика и информатика» Донского государственного технического университета (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), [lenaokynb@mail.ru](mailto:lenaokynb@mail.ru)

*About the Authors:*

**Grober, Tatyana A.**, Associate professor, Department of Mathematics and Computer Science, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344003, RF), Cand. Sci., [groberta2020@mail.ru](mailto:groberta2020@mail.ru)

**Okun, Elena V.**, Bachelor's degree student, Department of Mathematics and Computer Science, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344003, RF), [lenaokynb@mail.ru](mailto:lenaokynb@mail.ru)