УДК 51.77

ИГРОВЫЕ МЕТОДЫ ОБОСНОВАНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ. ТЕОРИЯ ИГР

О. А. Акимова[1], М. М. Пончек[2]

[1]Южно-Российский институт управления — филиал Российской академии народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации (г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация)

[2]Донской государственный технический университет (г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация)

Рассматривается возможность применения теории игр для принятия экономических решений. Проанализированы случаи как парной игры, так и игры с природой. Приведены не только теоретические основы данной темы, но и практический пример, который отражает основную стратегию оптимального экономического выбора с использованием методов теории игр. Данная проблема не теряет своей актуальности, так как от выбора зависит успешность всей экономической операции. Авторы представили один из способов применения теории игр для принятия рациональных экономических решений.

Ключевые слова: теория игр, экономический выбор, стратегия, парная игра, конфликтная ситуация, игра с природой, критерий эффективности, стратеги игры, целевая функция.

GAME METHODS OF JUSTIFYING ECONOMIC DECISIONS. GAME THEORY

O. A. Akimova[1], M. M. Ponchek[2]

[1]South Russian Institute of Management — branch of the Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration (Rostov-on-Don, Russian Federation)

[2]Don State Technical University, (Rostov-on-Don, Russian Federation)

In the article, the authors consider the possibility of using game theory for making economic decisions. The paper analyzes the cases of both a pair game and a game with nature. The article presents not only theoretical foundations of this topic, but also a practical example that reflects the basic strategy of optimal economic choice using the game theory methods. This problem does not lose its relevance to this day, since the success of the entire economic operation depends on the choice. In this paper, the authors present one of the ways of applying game theory for making rational economic decisions.

Keywords**:** game theory, economic choice, strategy, pair game, conflict situation, game with nature, efficiency criterion, game strategists, objective function.

Введение. Многие математические модели исследования экономики относятся к тем ситуациям, когда отсутствуют силы, противодействующие лицу, принимающему решения. Однако для экономики более характерными являются ситуации, в которых различные участники имеют несовпадающие интересы. Математические модели таких ситуаций и математический аппарат, пригодный для их исследования, существенно отличается от других математических моделей и методов исследования экономики. Противоречивость интересов людей, взаимодействующих в подобного рода ситуациях, обусловливает так называемую конфликтную ситуацию, содержание которой может описать следующим образом: имеются по крайней мере две стороны, которые преследуют несовпадающие цели. В распоряжении каждой из сторон находятся различные способы действия, эффект которых зависит от способа действия других сторон. При этом участники конфликта не обладают, как правило, исчерпывающей информацией о ситуации. Наиболее разработанным математическим аппаратом принятия решений в такого рода ситуациях является теория игр.

Чтобы можно было анализировать подобные ситуации, строится их математическая модель, называемая игрой [1]. Цель данной статьи — с использованием теории игр проанализировать конкретную экономическую ситуацию для принятия определенного решения.

Теория парных игр. Самым простым случаем, подробно разработанным в теории игр, является так называемая парная игра. Предполагается, что результатом игры является плата, которую, в соответствии с правилами, проигравший платит выигравшему, при этом проигрыш одного игрока равен выигрышу другого. Обычно такие ситуации называют играми двух лиц с нулевой суммой, поскольку в такой игре интересы сторон прямо противоположные и достаточно рассматривать выигрыш одной стороны. Значение выигрыша одной стороны и соответственно проигрыша другой в зависимости от выбираемых стратегий удобно представлять в виде соответствующих матриц, которые принято называть матрицами игры, или платежными матрицами [2].

Процесс взаимодействия сторон в ходе такой игры можно пояснить на следующем примере.

Условие:

	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	5	9	8	7	5
A_2	1	8	5	5	1
A_3	2	1	7	7	1
A_4	8	3	8	5	3
b_j	8	9	8	7	

Решение. Найдем наилучшую стратегию первого игрока: минимальное число в каждой строке обозначим a_i. Получаем: $a_1 = 5$, $a_2 = 1$, $a_3 = 1$, $a_4 = 3$. Выберем максимальное из этих значений: $a = 5$ – нижняя цена игры.

Аналогично для второго игрока. Найдем максимальное значение выигрыша по столбцам: $b_1 = 8$, $b_2 = 9$, $b_3 = 8$,$b_4 = 7$. Выберем минимальное из этих значений: $b = 7$ – верхняя цена игры.

Так как верхняя и нижняя цены игры различны, игра не имеет решения в чистых стратегиях, цена игры находятся в промежутке от 5 до 7 (между нижней и верхней ценой игры).

Игра имеет большую размерность, попробуем ее уменьшить, выделив невыгодные стратегии и вычеркнув их из матрицы: все элементы столбца B_1 не больше элементов столбца B_3, поэтому вычеркиваем столбец B_3. Все элементы строки A_1 не меньше элементов строки A_2, поэтому вычеркиваем строку A_2. Все элементы строки A_1 не меньше элементов строки A_3, поэтому вычеркиваем строку A_3.

	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	5	9	-	7
A_2	-	-	-	-
A_3	-	-	-	-
A_4	8	3	-	5

Мы получили матрицу (A_1, A_4, B_1, B_2, B_4):

	B_1	**B_2**	**B_4**
A_1	**5**	**2**	**0**
A_4	**-1**	**3**	**5**

Для решения данной задачи воспользуемся теоремами двойственности и составим математические модели пары двойственных задач линейного программирования

$$\begin{cases} f(x) = x1 + x4 \to min \\ 5x1 + 8x4 \geq 1 \\ 9x1 + 3x2 \geq 1 \\ 7x1 + 5x2 \geq 1 \end{cases} \quad \text{для игрока 1}$$

$$\begin{cases} g(y) = y1 + y2 + y4 \to max \\ 5y1 + 9y2 + 7y4 \leq 1 \\ 8y1 + 3y2 + 5y4 \leq 1 \end{cases} \quad \text{для игрока 2}$$

Решим задачу для игрока 2 симплекс-методом. Для этого нужно привести задачу к канонической форме записи: $\begin{cases} g(y) = y1 + y2 + y4 \to max \\ 5y1 + 9y2 + 7y4 + y5 = 1 \\ 8y1 + 3y2 + 5y4 + y6 = 1 \end{cases}$

Составим базовую симплекс-таблицу для решения данной задачи

		1	1	1	0	0	0
Cб	Yб	Y_1	Y_2	Y_4	Y_5	Y_6	B
0	Y_5	5	9	7	1	0	1
0	Y_6	8	3	5	0	1	1
$\Delta j, g(y)$		-1	-1	-1	0	0	0

Можно заметить, что базовая симплекс-таблица не является оптимальной, т. к. в строке оценок есть отрицательные значения. Для дальнейшего решения необходимо выбрать разрешающий элемент и пересчитать элементы таблицы по методу Жордана-Гаусса. В качестве ведущего столбца будем использовать столбец, соответствующий переменной Y_3. Разрешающий элемент определим по формуле: min (B_i / A_{i3}), min (1/7, 1/5) = 1/7, следовательно, ведущей строкой станет первая строка. Теперь рассчитаем новую таблицу, используя наш разрешающий элемент.

		1	1	1	0	0	0
Cб	Yб	Y_1	Y_2	Y_4	Y_5	Y_6	B
1	Y_4	5/7	9/7	1	1/7	0	1/7
0	Y_6	31/7	-24/7	0	-5/7	1	2/7
$\Delta j, g(y)$		-2/7	2/7	0	1/7	0	1/7

Полученная таблица снова не оптимальна, т. к. в строке оценок остались отрицательные коэффициенты. В качестве ведущего столбца выбираем столбец, соответствующий переменной Y_1, и вычисляем новый разрешающий элемент: min (1/7 : 5/7, 2/7 : 31/7) = 2/31, следовательно ведущей строкой станет вторая строка. Теперь рассчитаем новую таблицу, используя новый разрешающий элемент.

		1	1	1	0	0	0
Сб	Yб	Y_1	Y_2	Y_4	Y_5	Y_6	B
1	Y_4	0	57/31	1	8/31	-5/31	3/31
1	Y_1	1	-24/31	0	-5/31	7/31	2/31
$\Delta j, g(y)$		0	2/31	0	3/31	2/31	5/31

Данная симплекс-таблица дает оптимальное решение, т. к. все элементы в строке оценок неотрицательны. Сформируем полученное решение, используя теоремы двойственности

$Y = (y_1, y_2, y_4) = (2/31, 0, 3/31)$, $g(Y) = (2/31+3/31) = 5/31$

$X = (x_1, x_4) = (3/31, 2/31)$, $f(X) = (3/31+2/31) = 5/31$

Найдем цену игры с учетом полученных значений: $v = 1/g(Y) = 1 : 5/31 = 31/5$.

Полученное значение находится в диапазоне от 5 до 7, который был задан выводами из платежной матрицы. Находим оптимальные стратегии:

$p_i = v * x_i$

$p_1 = 31/5 * 3/31 = 3/5$

$p_4 = 31/5 * 2/31 = 2/5$

Отсюда $x_1 = 3/5$, $x_2 = 0$, $x_3 = 0$, $x_4 = 2/5$, $v = 31/5$.

Теперь найдем стратегии второго игрока:

$q_j = v * y_j$

$q_1 = 31/5 * 2/31 = 2/5$

$q_2 = 31/5 * 0 = 0$

$q_4 =31/5 * 3/31 = 3/5$

Отсюда $y_1 = 2/5$, $y_2 = 0$, $y_3 = 0$, $y_4 = 3/5$, $v = 31/5$.

Ответ: $P = (3/5; 0; 0; 2/5)$, $Q = (2/5; 0; 0; 2/5)$, $v = 31/5$ — цена игры.

Теория игр и природа. Однако во многих экономических ситуациях в процессе принятия хозяйственных решений приходится учитывать не действия конкретных субъектов предпринимательской деятельности, а влияние определенной экономической среды.

Такого рода ситуации рассматриваются в специальном разделе теории игр, предполагающем, что человек, принимающий решения, ведет игру с природой, поведение которой ему не известно. В этих условиях следует решать, какие действия лучше всего предпринимать. Однако сам характер этих действий прежде всего зависит от цели разрешаемой ситуации, т. е. от выбранного критерия эффективности, или целевой функции. Построение целевой функции для каждой конкретной ситуации — тонкий и трудный вопрос [3].

Что выбрать? Это зависит от конкретной задачи, а также от человека, который ее решает. Целевая функция зачастую зависит и от искусства решающего, от черт его характера. Процедуру обоснования выбора решения с использованием стратегических игр, к которым относятся и игры с природой, можно проиллюстрировать на примере следующей экономической ситуации.

Предприниматель должен решить следующую экономическую задачу: построить или большой, или маленький завод. Логично, что при высоком спросе выгоднее строить большой завод, так как от него в данной ситуации прибыли будет больше в условных единицах. В случае низкого спроса аналогичная ситуация, но только с маленьким заводом. Таким образом, характер спроса в данной ситуации — влияние экономической среды, которое предприниматель предсказать в точности не в силах. Как быть в данной ситуации?

Рассмотрим следующую платежную матрицу (табл. 1).

Таблица 1

Платежная матрица № 1

Уровень спроса	Прибыль, тыс. у. е.	
	Маленький завод	Большой завод
Высокий	100 000	180 000
Низкий	80 000	40 000

Если мы будем использовать критерий гарантированного минимума ожидаемой прибыли, то придем к выводу, что выгоднее построить маленький завод. Рассмотрим самое наихудшее развитие события для каждого характера природы. При высоком спросе менее эффективен будет маленький завод, прибыль от него составит 100 тысяч условных единиц. В случае низкого спроса и строительства большого завода прибыль предпринимателя составит всего 40 тысяч условных единиц. Сравнивая эти два экономических показателя, мы делаем вывод о том, что постройка маленького завода более целесообразна, так как гарантированная минимальная прибыль для него в наихудшем случае превышает прибыль от большого завода на 60 тысяч условных единиц.

Однако это не означает, что, если использовать другие критериальные оценки принятия решения, результат будет тот же. Рассмотрим критерий упущенных возможностей. В этом случае будет выгоднее построить большой завод, так как сумма потерянной прибыли составит 40 тысяч условных единиц, что в два раза меньше, чем тот же показатель при строительстве маленького завода [4].

Таблица 2

Платежная матрица № 2

Уровень спроса	Упущенная выгода, тыс. у .е.	
	Маленький завод	Большой завод
Высокий	80 000	0
Низкий	0	40 000

Таким образом, можно сделать вывод о том, что принятие того или иного решения зависит не только от правильности расчетов в системе теории игр, но и от выбора основы для этого расчета, или же критерия игры. Но какое же решение все-таки верное? Строить большой завод или маленький? Согласно теории игры, оба этих решения являются оптимальными. Но если мы обратимся к экономической стороне вопроса, то данное утверждение уже не считается таким однозначным. Нашему предпринимателю необходимо понять, какие он ставит перед собой приоритеты: заработать максимально большое количество денег, невзирая на дополнительные потери или же грамотно вложить свои финансы с минимальным риском их утраты? Если мы получим ответ на этот вопрос, то без труда сможем выбрать оптимальное решение в данной ситуации.

Заключение. Используя теорию игр для принятия экономических решений на постоянной базе, можно избежать экономических коллапсов как внутри отдельно взятой компании, так и на уровне всей национальной экономики. Но, к сожалению, в современных экономических реалиях специалисты по принятию хозяйственных решений чаще всего используют производные теории игр, таким образом, забывая базу, на которой они работают. Это ведет к потере профессиональной квалификации управленческого аппарата, что, в свою очередь, является причиной принятия нецелесообразных решений.

Библиографический список

1. Аналитические методы обоснования и принятия решений в экономике / Г. Ю. Силкина, Е. А. Яковлева, Э. А. Козловская [и др.] — Москва : Экономика, 2018. — 599 с.

2. Новоторова, В. С. Использование теории игр в принятии стратегических решений / В. С. Новоторова, В. А. Красавина // Труды Студенческой секции Международной конференции, посвященной 100-летнему юбилею первого ректора РУДН профессора С. В. Румянцева. — Москва, 2013. — С. 321–326.

3. Давлетчурин, Р. Х. Теория игр в контексте теории принятия решений / Р. Х. Давлетчурин, Т. А. Уразаева // Научному прогрессу — творчество молодых : материалы XI международной молодежной научной конференции по естественнонаучным и техническим дисциплинам. — Йошкар-Ола, 2016. — С. 247–249.

4. Кобзарь, А. И. Методы теории игр в задачах оптимального планирования производства / А. И. Кобзарь, В. Н. Тикменов, И. В. Тикменова // Вестник Московского авиационного института. — 2015. — Т. 22, № 3. — С. 154–160.

Об авторах:

Акимова Олеся Алексеевна, студентка экономического факультета Южно-Российского института управления — филиала Российской академии народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации (344002, г. Ростов-на-Дону, ул. Пушкинская, 70/54), lesyaakimova18@yandex.ru

Пончек Максим Михайлович, студент факультета информатики и вычислительной техники Донского государственного технического университета (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), Ponchekjr@mail.ru

About the Authors:

Akimova, Olesya A., Student, Faculty of Economics, South Russian Institute of Management — branch of the Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration (70/54, Pushkinskaya str., Rostov-on-Don, RF, 344002), lesyaakimova18@yandex.ru

Ponchek, Maksim M., Student, Faculty of Economics, South Russian Institute of Management — branch of the Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration (70/54, Pushkinskaya str., Rostov-on-Don, RF, 344002), Ponchekjr@mail.ru