УДК 330.43

ПОСТРОЕНИЕ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СИСТЕМЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ MAXIMA

А. В. Галабурдин, Е. Е. Кохан, В. Е. Кохан

Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону, Российская Федерация

5339830@meil.ru
Vadik-katya@yandex.ru
Vadimkokhan@yandex.ru

Работа посвящена применению системы компьютерной математики Maxima к построению эконометрических моделей. В качестве примера рассматривается применение Maxima к построению моделей множественной корреляции, описывающей зависимость курса рубля от цены барреля нефти и временного фактора. В качестве исходных данных взяты результаты наблюдений за курсом рубля и ценой барреля нефти в период с 01.02.2016 года по 15.04.2016 года.

Ключевые слова: эконометрическая модель множественной регрессии, система компьютерной математики Maxima.

UDC 330.43

THE CONSTRUCTION OF ECONOMETRIC MODELS USING THE COMPUTER ALGEBRA SYSTEM MAXIMA

A. V. Galaburdin, E. E. Kohan, V. E. Kohan

Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

5339830@meil.ru
Vadik-katya@yandex.ru
Vadimkokhan@yandex.ru

The work is devoted to the application of computer algebra system Maxima to the construction of econometric models. As an example, the article discusses the application of Maxima to the construction of models of multiple correlations that describes the dependence of the ruble rate on the price of a barrel of oil and the time factor. The observation results of the ruble rate and the price of a barrel of oil from 01.02.2016 15.04.2016 were taken as the initial data.

Keywords: econometric model of multiple regressions, computer algebra system Maxima.

Введение. Деятельность в любой области экономики требует от специалиста применения современных методов работы. Большинство новых методов основано на использовании математических моделей, среди которых особенное распространение в последнее время получили эконометрические модели. Известно, что построение эконометрических моделей связано с проведением достаточно большого объема вычислений. Эта проблема в последнее время успешно решается посредством применения при построении эконометрических моделей различных систем компьютерной математики. Данная работа посвящена применению при построении эконометрических моделей системы компьютерной математики Maxima.

Основная часть. Рассматривалась задача построения эконометрической модели множественной регрессии, описывающей зависимость курса рубля от цены барреля нефти и временного фактора. Форма уравнения регрессии была выбрана в виде

$$P = aX^{\alpha} + bY^{\beta} + c,$$

где P — курс рубля, X — цена барреля нефти, Y — временной фактор, α, β, a, b, c — постоянные величины.

При построении модели постоянным α и β присваивались некоторые числовые значения, а коэффициенты a ,b и c определялись методом наименьших квадратов. Варьируя значения постоянных α и β, получали различные эконометрические модели, из которых выбиралась лучшая.

Для получения необходимых исходных данных проводились наблюдения за изменением курса рубля и цены барреля нефти в период с 01.02.2016г. по 13.02.2016г.

С целью некоторого уменьшения объема исходных данных, а также учитывая тот факт, что указанные величины изменялись достаточно медленно, курс рубля и цена барреля нефти фиксировались каждый третий день в указанный период. Для удобства построения модели вводилась новая временная шкала, которая представляла собой нумерацию тех дней, когда фиксировались значения курс рубля и цена барреля нефти.

При определении коэффициентов a, b, c строилась система нормальных уравнений

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{N} X_i^{2\alpha} a + \sum_{i=1}^{N} X_i^{\alpha} Y_i^{\beta} b + \sum_{i=1}^{N} X_i^{\alpha} c = \sum_{i=1}^{N} P_i X_i^{\alpha} \\ \sum_{i=1}^{N} X_i^{\alpha} Y_i^{\beta} a + \sum_{i=1}^{N} Y_i^{2\beta} b + \sum_{i=1}^{N} Y_i^{\beta} c = \sum_{i=1}^{N} P_i Y_i^{\beta} \\ \sum_{i=1}^{N} X_i^{\alpha} a + \sum_{i=1}^{N} Y_i^{\beta} b + Nc = \sum_{i=1}^{N} P_i \end{cases}$$

Для оценки тесноты связи используется индекс корреляции

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum_{i=1}^{N} (P_i - \hat{P}_i)^2}{\sum_{i=1}^{N} (P_i - \overline{P})^2}},$$

где P_i — фактическое значение результативного признака, $\hat{P}_i$ — теоретическое значение результативного признака, $\overline{P}$ — среднее значение результативного признака.

Чем ближе значение R к 1, тем теснее связь результативного признака со всем набором рассматриваемых факторов.

Значимость уравнения множественной регрессии оценивается по F-критерию Фишера. Расчетное значение F-критерия определяется по формуле

$$F = \frac{R^2}{1 - R^2} \cdot \frac{n - m - 1}{m},$$

где n — число наблюдений, m — число параметров при переменных.

Используя описанный алгоритм, были построены и исследованы на тесноту связи с учитываемыми факторами модели, соответствующие различным значениям параметров α и β в пределах $0{,}5 \le \alpha \le 1{,}5$; $0{,}5 \le \beta \le 1{,}5$. Расчеты показали, что полученные модели не очень сильно отличаются по качеству. Поэтому была выбрана линейная модель, как наиболее простая. Ниже приводится программа построения и исследования линейной модели множественной корреляции, разработанная с использованием системы компьютерной математики Maxima.

Вначале вводятся исходные данные: курс рубля (P) и цена барреля нефти (X), моменты времени, в которые проводились замеры (Y), а также число наблюдений (рис. 1).

Программа построения эконометрических моделей

```
Ввод исходных данных

(%i1) Y:([0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24])$

(%i2) P:([75.17,79.21,77.34,79.07,79.5,77.78,75.46,77.13,76.39,75.09,74.05,73.19,73.19,71.09,70.31,

(%i3) X:([34.73,34.45,34.09,31.23,32.79,32.26,33.22,34.74,35.19,35.2,37.13,38.88,39.45,40.44,39.67

(%i4) N:25;
(%o4) 25
```

Рис. 1. Программа построения эконометрических моделей

Далее строится матрица системы нормальных уравнений и вектор правых частей (рис. 2).

```
Построение матрицы системы нормальных уравнений и вектора правых частей

(%i5) A: matrix(
        [X.X,X.Y,sum(X[k],k,1,N)],
        [X.Y,Y.Y,sum(Y[k],k,1,N)],
        [sum(X[k],k,1,N),sum(Y[k],k,1,N),N]
        )$

(%i6) b:matrix(
        [P.X],
        [P.Y],
        [sum(P[k],k,1,N)]
        )$
```

Рис. 2. Построение матрицы системы нормальных уравнений и вектора правых частей

Система нормальных уравнений решается методом обратной матрицы (рис. 3).

```
(%i7) AI:invert(A)$

(%i8) x:AI.b$
```

Рис. 3. Обратная матрица

После определения коэффициентов строится разыскиваемое уравнение множественной регрессии (рис. 4).

```
(%i9) Po(u,t):=x[1]*u+x[2]*t+x[3];
(%o9) Po(u,t):=x1 u+x2 t+x3
```

Уравнение множественной регрессии

```
(%i10) Po(u,t);
(%o10) [-0.36737371317337 u-0.41880054585351 t+91.40131335923797]
```

Рис. 4. Разыскиваемое уравнение множественной регрессии

Затем построенная модель исследуется на тесноту связи между результативным признаком (курсом рубля) и включенными в нее факторами (ценой барреля нефти и временем). Для этого вычисляется индекс корреляции (рис. 5).

Вычисление индекса корреляции

```
(%i11) PS: genmatrix(lambda([i,j], x[1]*X[i]+x[2]*Y[i]+x[3]), 25, 1)$
(%i12) DP:(P-PS)*(P-PS)$
(%i13) DPcr: genmatrix(lambda([i,j], P[i]-sum(P[m],m,1,N)/N), 25, 1)$
(%i14) DPcr:DPcr^2$
(%i15) R:sqrt(1-sum(DP[k]^2,k,1,N)/sum(DPcr[k]^2,k,1,N));
(%o15) [[0.99281290132838]]
```

Рис. 5. Вычисление индекса корреляции.

Полученное значение индекса корреляции достаточно близко к единице, что свидетельствует о высокой тесноте связи и, соответственно, качестве построенной модели.

Проверка существенности модели проводится по F-критерию Фишера, для чего определяется расчетное значение критерия (рис. 6).

Определение расчетного значения F-критерия

```
(%i16) F:(N-3)*R^2/(2*(1-R^2));
(%o16) [[757.0200390294527]]
```

Рис. 6. Определение расчётного значения F-критерия

Расчетное значение критерия сравнивается с табличным (равным 3,44), определенным при уровне значимости 0,05. Данное значение уровня значимости означает, что полученный результат будет справедлив в среднем в 95 случаях из 100. Расчетное значение критерия значительно превышает табличное, что свидетельствует о значимости модели.

Построенная модель $P = 91.40 - 0.367u - 0.419t$ позволяет сделать некоторые выводы. Значение коэффициента при переменной u означает, что в рассматриваемый период времени увеличение на единицу цены барреля нефти приводит к уменьшению курса рубля на 0,367.

На основе построенной модели может быть найден средний по совокупности показателей коэффициент эластичности (рис. 7) по формуле

$$Э = a\frac{\bar{x}}{\bar{P}}$$

```
Расчет коэффициента эластичности
(%i17) Pm:sum(P[k],k,1,N)/N$
(%i18) Xm:sum(X[k],k,1,N)/N$
(%i19) Tm:sum(Y[k],k,1,N)/N$
(%i20) KE:x[1]*Xm/Pm;
(%o20) [-0.18992504131468]
```

Рис. 7. Расчёт коэффициента эластичности

Полученное значение коэффициента эластичности говорит о том, что с ростом цены барреля нефти на 1% в среднем приводит к уменьшению цены рубля приблизительно на 0,19%. Полученные результаты позволяют судить о степени зависимости курса рубля от цены на нефть.

Заключение. Результаты, полученные в данной работе, свидетельствуют об эффективности применения системы компьютерной математики Maxima к построению и исследованию эконометрических моделей.