УДК 004.4

ПЕРСПЕКТИВЫ СОЗДАНИЯ WEB-ПРИЛОЖЕНИЙ ИНТЕРАКТИВНОГО ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДА CUT-GLUE АППРОКСИМАЦИИ

Н. В. Гамаюнов, Р. А. Нейдорф
Донской государственный технический университет (г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация)

Содержится краткое описание метода CGA и его этапы. На их основе были сформулированы и поставлены задачи для создания программного средства в формате удаленного доступа в среде web. Показаны основные элементы созданной программы, а также приведены примеры ее работы.
Ключевые слова: экспериментальные данные, аппроксимация, мультипликативность, аддитивность, математическая модель, веб-приложение, удаленный доступ.

PROSPECTS FOR CREATING WEB APPLICATIONS OF INTERACTIVE USE OF THE CUT-GLUE APPROXIMATION METHOD

N. V. Gamayunov, R.A. Neydorf
Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation)

The article contains a brief description of the CGA method and its main steps. Based on this, the tasks are formulated and set for the creation of software in the format of remote access in a web environment. The main elements of the created program are shown, and the results of work are presented.
Keywords: experimental data, approximation, multiplicativity, additivity, mathematical model, web application, remote access.

Введение. В настоящее время методы аппроксимации экспериментально полученных зависимостей являются одними из важнейших практических приложений математических методов. Однако их применение наталкивается на значительные трудности, когда есть необходимость аппроксимации многоэкстремальных зависимостей, особенно кусочного характера с явными изломами, т. е. с фактически существующими разрывами по производной, а также возникают трудности с компьютерным моделированием и онлайн-моделированием в связи со сложностью существующих методов. В связи с этим исследования и поиск новых подходов, методов и алгоритмов экспериментально-аналитического описания зависимостей, имеющих явный кусочный характер и указывающих на наличие разрывов первого рода по производной на границах участков, вполне оправданы и актуальны, а разработка и упрощение визуального иллюстрирования и интерактивного доступа к уже исследованным данным — одна из важнейших задач для их беспрепятственного распространения.

В течение последних 10 лет в Донском государственном техническом университете (ДГТУ) группой исследователей под руководством профессора Р. А. Нейдорфа разрабатывался метод Cut-Glue аппроксимации (CGA), основной идеей которого является совмещение кусочного принципа аппроксимации массива экспериментальных данных (ЭД) и принципа математического описания этого массива единой функциональной зависимостью. Это достигается введением в процедуру аппроксимации специальной мультипликативно изолирующей функции, которая обладает уникальными свойствами: в области определения (ОО) выделенного фрагмента она имеет значение, близкое к единице, а в остальной ОО — практически нулевое. С ее помощью из функций, аппроксимирующих фрагменты — фрагментарных аппроксимирующих функций (ФАФ) — формируются интервально изолированные функции (ИИФ), близкие к ФАФ в пределах ОО фрагментов. Их аддитивное объединение позволяет получить математическое описание всего массива ЭД в виде единой аналитической функции. В настоящее время математическое обоснование, алгоритмическое и программное обеспечение этого метода близко к завершению благодаря поддержке этого направления РФФИ (договор № 18-08-01178).

В связи с этим поставлена и решается актуальная задача расширения возможностей использования метода CGA, в частности, в режиме удаленного доступа. Для этого необходимо рассмотреть основные положения этого метода, чтобы оценить возможности и средства обеспечения его в режиме удаленного доступа.

На начальном этапе исследования рассматривается простейшая задача аппроксимации существенно нелинейных одномерных ЭД единой аналитической функцией одного переменного.

Основные положения одномерного варианта метода CGA.

Базовые положения. Пусть исследуется зависимость, заданная множеством N точек $p_j=\left(x_j^e, y_j^e\right)$ в пространстве R^2, где x, y — координаты точек, $j=\overline{1,N}$. Верхним индексом "*e*" отмечен экспериментальный способ их получения.

При этом пусть это множество

$$P=\left\{P_i \mid i=\overline{1,n}\right\} \tag{1}$$

точек на рис. 1 может быть разбито на фрагменты, т. е. n подмножеств

$$P_i=\left\{p_{ji} \mid j=\overline{j_{l_i}, j_{r_i}}; i=\overline{1,n}; j_{l_1}=1, r_i=l_{i+1}, j_{r_n}=N\right\} \tag{2}$$

с общими граничными точками ЭД — членами $p_{j_{r_i}i}$ и $p_{j_{l_{i+1}}i+1}$. Промежуточные значения ЭД обозначены на рис. 1 точками, а граничные — кружками.

Пример графического представления такого массива ЭД (показаны точками и кружками) приведен на рис. 1а.

В работах [1–3] предложен метод Cut-Glue Approximation (CGA). Он предполагает независимую аппроксимацию всех фрагментированных ЭД аналитическими функциями, как и в его прототипе — методе кусочной аппроксимации [4–5]. Сущность метода состоит в дальнейшей мультипликативной обработке функций, аппроксимирующих фрагменты (ФАФ) с получением их локальных, обособленных в области определения аналитических фрагментов, из которых можно построить общую единую аналитическую функцию (ЕАФ), являющуюся ММ для всего массива ЭД.

Для этого после математического описания фрагментов ЭД (ФЭД) локально аппроксимирующими функциями (ЛАФ) $\phi_i\left(x\right)$ (*i* – номер фрагмента) необходимо реализовать их мультипликативную обработку функциями $\mathrm{E}_i\left(x,S_i\right)$ со специальными свойствами. Специфичность их свойств состоит в интервальной зависимости значений от некоторой совокупности параметров S_i, превращающих функцию $\mathrm{E}_i\left(x,S_i\right)$ в подобие единичного прямоугольного импульса (рис. 1б). На этом рисунке наглядно иллюстрируется, как умножение ЛАФ на идеальные единичные импульсы преобразует их в интервально изолированные функции (ИИФ), воспроизводящие ЛАФ лишь в области её определения, т. е. в пределах границ интервалов фрагментов. Функции $\mathrm{E}_i\left(x,S_i\right)$ являются поэтому мультипликативно изолирующими функциями (МИФ). Мультипликативная обработка заключается в умножении ЛАФ на МИФ:

$$f_i\left(x\right)=\phi_i\left(x\right)\cdot \mathrm{E}_i\left(x,S_i\right), \tag{3}$$

где $\varphi_i\left(x\right)$ — аналитическая функция i-го интервала, $\mathrm{E}_i\left(x,S_i\right)$ — МИФ.

Графическое пояснение. Иллюстрация преобразования (3) представлена на рис. 1б, на котором изображены прямоугольные импульсы E_1, E_2, E_3, которые имеют нулевое периферийное значение за границами интервала и единичное — внутри интервала. Очевидно, что умножение на такую функцию даст фрагменты, также для наглядности изображения результата с периодом через фрагмент разнесенные на два графика (рис. 1в). Если графики фрагментов поместить в одной координатной плоскости, они в точности воспроизведут график на рис. 1а. Математически это означает простое алгебраическое сложение функций f_1, f_2, f_3. Таким образом, математической моделью Glue-этапа метода CGA является следующее выражение:

$$f(x) = f_1(x) + f_2(x) + f_3(x) = \varphi_1(x) + \varphi_2(x) + \varphi_3(x) \tag{4}$$

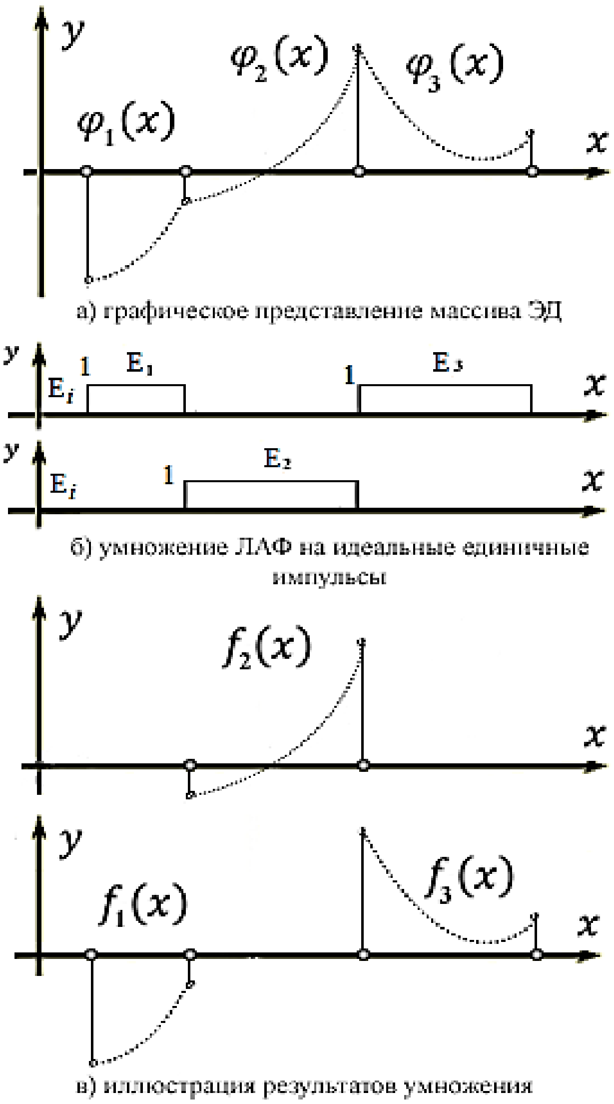


Рис. 1. Иллюстрация мультипликативного вырезания ИИФ из ЛАФ для фрагментов

Аналитическая функция мультипликативного преобразования аппроксимирующих функций. Однако функции типа $1(x)$ относятся к классу обобщённых функций и практически исключают возможность аналитического преобразования получаемых ММ. Поэтому для эффективной реализации парадигмы метода CGA разработана специального вида аналитическая функция, допускающая параметрическую настройку заданной точности изоляции ЛАФ, в которой используется специально разработанная аналитическая мультипликативно изолирующая функция (АМИФ) — $\mathrm{E}_i(x, S_i)$. Для данной функции определена задача сужения фактической области определения выбранной для аппроксимации точечного подмножества i-го интервала аналитической функции $\phi_i(x)$ (обычно это вся числовая ось). Данное сужение воспроизводится путем перемножения ЛАФ и АМИФ:

$$f_i(x) = \phi_i(x) \cdot \mathrm{E}_i(x, S_i), \tag{5}$$

что и означает использование термина «мультипликативный» (рис. 1).

Его необходимо произвести до подобласти, соответствующей моделируемому интервалу $[x_{i-1}, x_i]$. Отсюда следует, что в диапазоне значений аргумента $[x_{i-1}, x_i]$ функция $\mathrm{E}_i(x, S_i)$ должна принимать значение, равное единице, а при всех других значениях аргумента АМИФ, имея в виду мультипликативность ее применения, должна принимать значения, сколь угодно близкие к нулю. Для достижения данных результатов в АМИФ введен второй аргумент S_i функции $\mathrm{E}_i(x, S_i)$. Он представлен множеством математических «настроечных» параметров $s_{qi} \in S_i$, которые обеспечивают описанные функции и свойства, необходимые для реализации метода CGA. В ИМИФ — это только координаты границ фрагмента — x_l, x_r. Для АМИФ нужны параметры, определяющие степень ее приближения к ИМИФ.

На основе результатов научных исследований по этому направлению для решения одномерных задач аппроксимации была разработана специальная одномерная существенно не линейная, но аналитическая функция, аппроксимирующая неаналитическую функцию [6]. Эта функция задается следующим выражением, содержащим указанные выше дополнительные настройки:

$$E(x,S) = \frac{\left[x - x_l + \sqrt{(x - x_l)^2 + \varepsilon_l^2}\right] \cdot \left[x_r - x + \sqrt{(x_r - x)^2 + \varepsilon_r^2}\right]}{4 \cdot \sqrt{\left[(x - x_l)^2 + \varepsilon_l^2\right] \cdot \left[(x_r - x)^2 + \varepsilon_r^2\right]}}, \tag{6}$$

где $S = \{x_l, \varepsilon_l, x_r, \varepsilon_r\}$ — расширенное множество параметрических настроек МИФ , задающих как координаты левой и правой границ аппроксимируемого интервала x_l, x_r, так и настройки крутизны переднего и заднего фронтов аппроксимирующего импульса $\varepsilon_l, \varepsilon_r$, а также реализуемого функцией импульса выражением [7].

Основные задачи настройки одномерной аналитической функции мультипликативного преобразования. Применение (6) в качестве МИФ для различных предметных задач и различных нелинейностей имеет свою специфику. В результате исследователям и проектировщикам приходится анализировать свойства этой функции различными доступными им методами. Это может осуществляться, например, с помощью универсальных программных средств (MathCAD, MATLAB, Maple и т. п.). Возможна разработка специализированных программных средств, индивидуально разработанных под конкретную предметную задачу.

Однако рациональнее предложить общий алгоритм исследования функции (6), выявив общие принципы и задачи ее исследования, востребованные в любой предметной области. В этом случае имеет смысл организовать среду исследования и конструирования структуры МИФ вида (6) в формате веб-сервиса с возможностью удаленного и неограниченного коллективного доступа.

В соответствии с задачами, связанными с реализацией изолирующей аппроксимации, осуществляемой выражением (5), к функционалу программного обеспечения такого алгоритма необходимо предъявить ряд требований, связанных с анализом погрешностей, возникающих при мультипликативной изоляции ЛАФ, с преобразованием ее в ИИФ. Они раскрываются следующими пунктами:

1. Текстовая иллюстрация математических выражений ЛАФ, АМИФ и ИИФ для исследуемого фрагмента.

2. Параметрическая координатная настройка АМИФ.

3. Параметрическая настройка АМИФ с целью обеспечения заданной точности изолирующей аппроксимации ЛАФ.

4. Графическое представление ЛАФ, сформированной АМИФ и получаемой в результате ИИФ, а также возникающие в результате ошибки изолирующей аппроксимации (ОИА).

5. Формирование и текстовая иллюстрация математического выражения ЕАФ из исследованных и сформированных ИИФ.

6. Графическое представление ЕАФ и обусловленных аддитивным объединением погрешностей воспроизведения ЛАФ.

7. Структурированный вывод значений конечного и выбранных промежуточных результатов применения CGA в формате таблицы.

Структура программной реализации алгоритма CGA в среде WEB-технологий. Для реализации перечисленных задач необходимо, чтобы программное средство (далее — ПС) было оснащено всеми необходимыми инструментами WEB-разработки (такими, как библиотеки инструментов JavaScript, jQuery, а также основных HTML и CSS), которые позволяют реализовать их в полной мере.

После запуска программы перед пользователем отображается графический интерфейс ПС — он сразу может открыть вкладку с информацией про метод CGA, если возникает необходимость ее изучения на первых этапах пользования сервисом, или может сразу приступить к выполнению необходимых вычислений и исследований. Основную часть интерфейса программы занимают поля ввода данных, пояснения типов вводимых данных и области для выведения полученных результатов. Текстовая иллюстрация математических выражений ЛАФ, АМИФ и ИИФ для исследуемого фрагмента реализована с помощью вставки графических изображений внутрь блока с тегом <div>. Это позволит разместить данные иллюстрации математических выражений внутри одного структурного элемента (блока). Так как функции могут быть достаточно громоздкими и не помещаться полностью на экране, то для полного просмотра существует возможность прокрутки интерфейса и открытия полученных данных в отдельном окне с возможностью масштабирования.

Параметрические настройки реализованы с помощью полей ввода данных с тегом <input>. Пользователь вводит в специальные поля экспериментальные данные: значения левого и правого краев фрагмента, значения левого и правого коэффициента погрешности, также можно указать количество знаков после запятой при выводе результатов расчета. Далее пользователь может выбрать один из двух предложенных режимов работы — расчет значения в конкретной точке или расчет массива точек с указанием величины шага.

Конфигурация интерфейса, реализующего перечисленные выше настройки, показана на рис. 2.

Далее введенные параметры передаются во внутреннюю функцию программы, которая будет производить вычисления после нажатия кнопки «Расчет». При нажатии на веб-странице кнопки «Расчет» все введенные пользователем данные вводятся внутрь заложенного в программу алгоритма и производятся вычисления. Алгоритм программы понимает все базовые математические операции: сложение (+), вычитание (–), умножение (*), деление (/), возведение в степень (^), извлечение квадратного корня (sqrt), а также использование круглых скобок для определения порядка операций. Числа могут быть представлены как в виде целых чисел, так и в вещественном формате — с помощью «.».

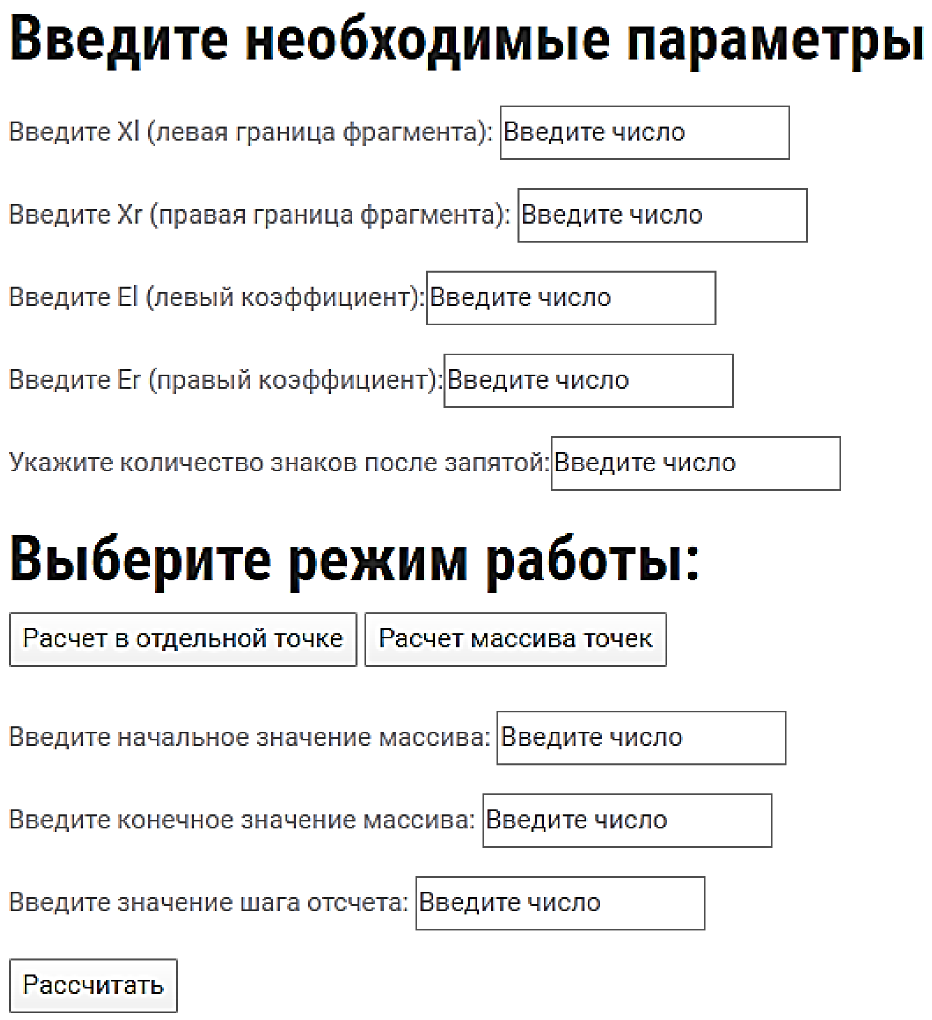
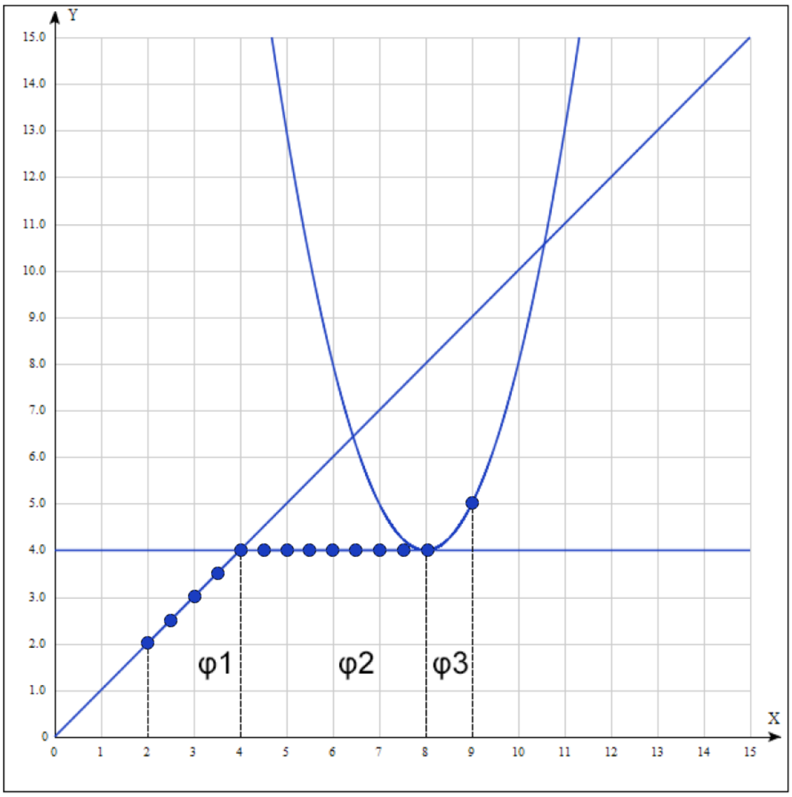


Рис. 2. Иллюстрация ввода пользовательских данных

В алгоритме программы используются некоторые пользовательские переменные: например, левая и правая граница функции (обозначаются символами xl, xr). Это позволяет упростить процесс разработки и написания алгоритма вычисления. Полученные результаты, а именно графическое представление ЛАФ, сформированная АМИФ и ИИФ, выводятся в специальное поле, расположенное после ввода пользовательских данных, далее выводится текстовая иллюстрация математического выражения. На рис. 3 представлено графическое построение массива ЭД (отмечены кружками), линии графически отображают аппроксимирующие функции.

ГРАФИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ МАССИВА ЭД



$$y_1(x) = x$$
$$y_2(x) = (8-x)^2 + 4$$
$$y_3(x) = 4$$

Рис. 3. Графическое представление массива ЭД

Далее, в следующем блоке программы, графически отображаются интервально изолированные функции (ИИФ), воспроизводящие ЛАФ лишь в области её определения, т. е. в пределах границ интервалов фрагментов (рис. 4).

ГРАФИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ИИФ

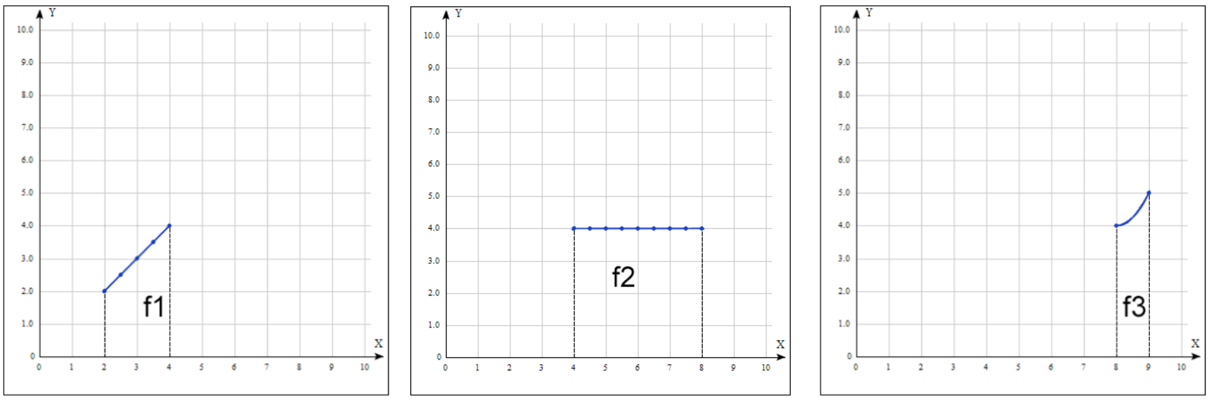


Рис. 4. Графическое представление ИИФ

После вывода всех графических данных пользователю представляется текстовая иллюстрация математического выражения ЕАФ для данного набора ЭД (рис. 5).

ЕАФ: $f(x) = y_1(x) * E_1(x, 2, 4, 0.5) + y_2(x) * E_2(x, 4, 8, 0.5) + y_3(x) * E_3(x, 8, 9, 0.5)$

Рис. 5. Текстовая иллюстрация математического выражения ЕАФ

Затем программа выводит на экран результаты расчета АМИФ для каждого фрагмента. На рис. 6 представлен расчет АМИФ для массива точек от 1 до 5 с величиной шага 1.

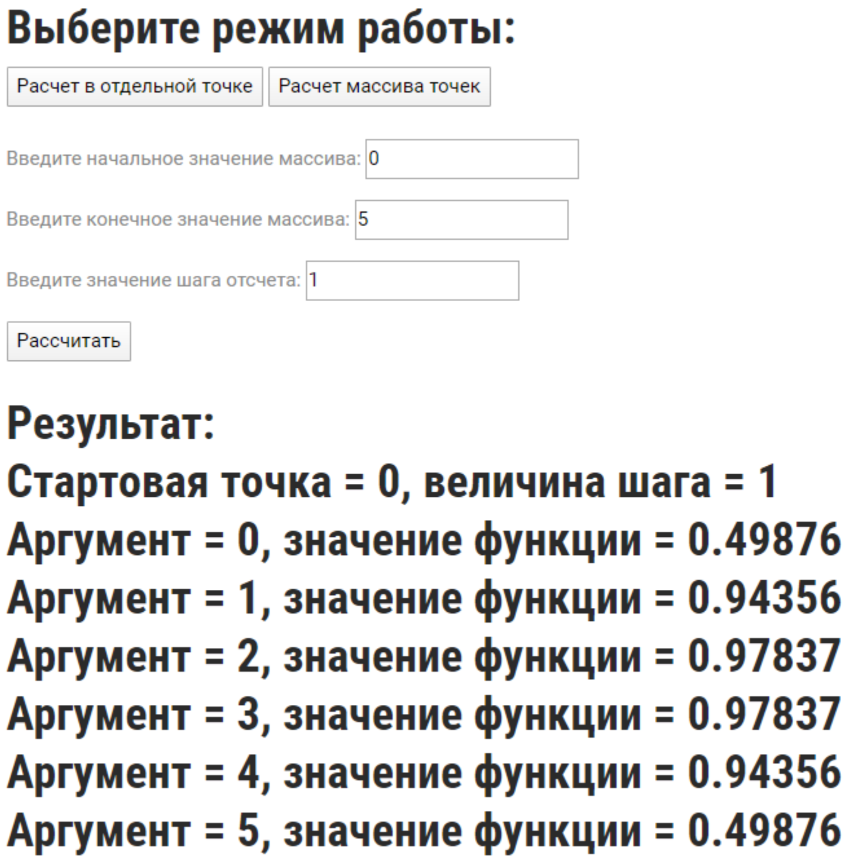


Рис 6. Структурированный вывод результатов расчета значений АМИФ.

Заключение. Актуальность изучения возможностей применения интернет-ресурсов в решении математических задач связана с широким распространением Интернета в сегодняшнем мире и с востребованностью специалистов современного программного обеспечения. Данный проект с использованием интерактивного мультимедийного контента позволит в полной мере показать возможности исследования функции аппроксимации и предоставить пользователям доступ к вводу пользовательских параметров для исследования, проведения необходимых расчётов и оценки их результатов. Одним из преимуществ идеи разработки портала можно считать его способность к дополнениям и модификациям. Приложение может расширяться путем написания дополнительных модулей для конкретного спектра задач. Использование специализированного портала позволит применять новые формы сетевого взаимодействия между специалистами и исследователями, постоянно накапливать опыт, ресурсы и обмениваться ими.

Библиографический список

1. Нейдорф, Р. А. Аппроксимационное построение математических моделей по точечным экспериментальным данным методом Cut-Glue / Р. А. Нейдорф // Вестник Донского государственного технического университета. — 2014. — Т. 14, № 1. — С. 45–58.

2. Нейдорф, Р. А. Логико-комбинаторный алгоритм фрагментации двумерных экспериментальных данных для задач Cut-Glue аппроксимации / Р. А. Нейдорф, О. Т. Ярахмедов // Инженерный вестник Дона. — 2018. — №4 (51). — С. 153–170.

3. Нейдорф, Р. А. Эффективная аппроксимация кусочных функций в задачах квазиоптимального по быстродействию управления / Р. А. Нейдорф // Математические методы в технике и технологиях–2000 : сб. трудов междунар. научн. конференции. — Т. 2. — Санкт-Петербург, 2000. — С. 18–22.

4. Дорофеюк, В. А. Структурная идентификация сложных объектов управления на базе методов кусочной аппроксимации / В. А. Дорофеюк // Управление большими системами: сборник трудов. — Москва. — 2010. — № 30. — С. 79–88.

5. Лоран, П.–Ж. Аппроксимация и оптимизация / П.–Ж. Лоран ; перевод с фр. Ю. С. Завьялова [и др.] ; под ред. Рубинштейна Г. Ш. и Яненко Н. Н. — Москва : Мир, 1975. — 496 с.

6. Neydorf R. "Cut-Glue" Approximation in Problems on Static and Dynamic Mathematical Model Development. ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, Proceedings (IMECE)2014, p. 1-7. URL: https://elibrary.ru/item.asp?id=24048328

7. Neydorf R., A. Neydorf. Technology of "Cut-Glue" Approximation Method for Modeling Strongly Nonlinear Multivariable Objects. Theoretical Bases and Prospects of Practical Application. SAE Technical Papers 2016-01-2035, 2016, doi: 10.4271/2016-01-2035

Об авторах:

Гамаюнов Никита Владимирович, аспирант Донского государственного технического университета (344000, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина,1), Nikitos160196@yandex.ru

Нейдорф Рудольф Анатольевич, профессор кафедры «Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем» Донского государственного технического университета (344000, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина,1), доктор технических наук, профессор, neyruan@yandex.ru

Authors:

Gamayunov, Nikita V., post-graduate student, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344000, RF), Nikitos160196@yandex.ru

Neudorf, Rudolf A., professor of the Department of Software of Computing Technics and Automated Systems, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344000, RF), Dr.Sci., professor, neyruan@yandex.ru