

УДК 517. 977. 57: 001.891.53

О МОДЕЛИРОВАНИИ ЧИСЛЕННОГО АЛГОРИТМА УПРАВЛЕНИЯ НА ОСНОВЕ ПРОГНОЗИРУЮЩЕЙ МОДЕЛИ

А. А. Волкова¹, В. Н. Трофименко^{1,2}

¹ Донской государственный технический университет (г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация)

² Ростовский государственный университет путей сообщения (г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация)

Представлен численный алгоритм управления стабилизацией угловых скоростей космического аппарата с различными осевыми моментами инерции на основе оптимизации по функционалу Красовского методом прогнозирующей модели. Представлены результаты моделирования. Характер кривых динамики угловых скоростей и управляющих моментов, полученных при моделировании, соответствует кривым динамики угловых скоростей и управляющих моментов, полученным при моделировании управления с использованием аналитического закона для осесимметричного КА, что подтверждает адекватность синтезированного алгоритма.

Ключевые слова: космический аппарат, оптимальное управление, угловые скорости, численный алгоритм управления, прогнозирующая модель, моделирование.

ON MODELING A NUMERICAL CONTROL ALGORITHM BASED ON A PREDICTIVE MODEL

A. A. Volkova¹, V. N. Trofimenko^{1,2}

¹Don state technical university (DSTU) (Rostov-on-Don, Russian Federation)

²Rostov State Transport University (RSTU) (Rostov-on-Don, Russian Federation)

The article presents a numerical algorithm for controlling the stabilization of angular velocities of a spacecraft with different axial moments of inertia based on the Krasovskiy functional optimization using the predictive model method. Simulation results are presented. The character of the curves of angular velocity dynamics and control moments obtained in the simulation corresponds to the curves of angular velocity dynamics and control moments obtained in the simulation of control using the analytical law for an axisymmetric spacecraft, which confirms the adequacy of the synthesized algorithm.

Keywords: spacecraft, optimal control, angular velocity, numerical control algorithm, prediction model, simulation.

Введение. Реальные технические динамические системы имеют нелинейный характер. Линейные модели управления динамическими системами используются для незначительных диапазонов изменения условий функционирования и заведомо имеют погрешности в достижении целей управления. Поэтому задача синтеза законов управления нелинейными объектами является актуальной и к ней постоянно обращено внимание ученых [1–6]. Большая группа алгоритмов синтеза оптимального управления основана на методе динамического программирования [7], применение которого ограничено необходимостью решения нелинейного функционального уравнения Беллмана в частных производных [8].

Трудности синтеза на основе метода динамического программирования с минимизацией классических функционалов [9] обходятся использованием неклассических полуопределенных функционалов (функционалов «обобщенной работы»), представленных в работах академика Н. Н. Красовского [8, 10]. Полуопределенность функционалов обобщенной работы заключается в том, что в них содержится неизвестное оптимальное управление, которое определяется в процессе синтеза.

В ряде работ [6, 11, 12] представлено решение задачи синтеза оптимального управления угловым движением осесимметричным космическим аппаратом на основе функционала Красовского с использованием метода прогнозирующей модели. Положительной особенностью алгоритмов, представленных в этих работах, является аналитическая форма законов управления. Такая форма синтезированных алгоритмов получена благодаря найденным аналитическим решениям фундаментальной матрицы и свободного движения для осесимметричного аппарата.

Многие космические аппараты имеют форму отличную от осесимметричной. Поэтому актуальным является получение оптимального закона управления для такого космического аппарата.

Основная часть. В данной работе представлены результаты синтеза и моделирования оптимального закона управления для неосесимметричного космического аппарата.

Для синтеза закона стабилизации космический аппарат удобно представить в виде твердого тела с соответствующими осевыми моментами инерции. Динамика вращательного движения твердого тела описывается уравнениями [13]:

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_1 + A1\omega_2\omega_3 &= u_1, & \omega_1(t) \Big|_{t=0} &= \omega_1(0), \\ \dot{\omega}_2 - A2\omega_1\omega_3 &= u_2, & \omega_2(t) \Big|_{t=0} &= \omega_2(0), \\ \dot{\omega}_3 + A3\omega_1\omega_2 &= u_3, & \omega_3(t) \Big|_{t=0} &= \omega_3(0), \end{aligned} \quad (1)$$

где $A1 = (I_{yy} - I_{zz}) / I_{xx}$, $A2 = (I_{zz} - I_{xx}) / I_{yy}$, $A3 = (I_{xx} - I_{yy}) / I_{zz}$ — приведенные моменты инерции по соответствующим осям, I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} — моменты инерции относительно осей x, y, z ; $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ — угловые скорости; u_1, u_2, u_3 — приведенные управляющие моменты, составляющие векторы ω и u соответственно.

В соответствии с [14] для функционала

$$J = \int_{t_0}^{t_1} \Psi(\omega) dt + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_1} (u^T K^{-1} u + u_0^T K^{-1} u_0) dt \quad (2)$$

оптимальное управление по методу прогнозирующей модели определяется формулой:

$$u_o(t) = -K \int_t^{t_1} G^T(s, t) \frac{\partial}{\partial \omega_m} (\Psi(\omega_m, s)) ds, \quad \frac{\partial}{\partial \omega_m} (\Psi(\omega_m, s)) = Q \omega_m(t, s), \quad (3)$$

где $\Psi(\omega) = \omega^T Q \omega$; Q, K — положительно определенные диагональные матрицы весовых коэффициентов; $G(s, t)$ — фундаментальная матрица, определяемая на свободных движениях системы (1) из уравнения

$$\frac{\partial G(s, t)}{\partial s} = F^* G(s, t), \quad G(s, t) \Big|_{s=t} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad (4)$$

$\omega_m(s) = [\omega_{m1}, \omega_{m2}, \omega_{m3}]^T$ — вектор свободного движения, определяется из уравнений движения системы (5) с нулевой правой частью:

$$\begin{aligned}
 d\omega_{f1}/ds + A1\omega_{f2}\omega_{f3} &= 0, & \omega_{f1}(s) \Big|_{s=t} &= \omega_1(t), \\
 d\omega_{f2}/ds - A2\omega_{f1}\omega_{f3} &= 0, & \omega_{f2}(s) \Big|_{s=t} &= \omega_2(t), \\
 d\omega_{f3}/ds + A3\omega_{f1}\omega_{f2} &= 0, & \omega_{f3}(s) \Big|_{s=t} &= \omega_3(t).
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

Матрица Якоби F для системы (5) определяется следующим выражением:

$$F = \begin{pmatrix} 0 & -A1\omega_3 & -A1\omega_2 \\ A2\omega_3 & 0 & A2\omega_1 \\ -A3\omega_2 & -A3\omega_1 & 0 \end{pmatrix}
 \tag{6}$$

Матричное уравнение (4) представляет собой систему девяти дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial G_{11}}{\partial s} &= -A1\omega_3G_{21} - A1\omega_2G_{31}, & \frac{\partial G_{12}}{\partial s} &= -A1\omega_3G_{22} - A1\omega_2G_{32}, & \frac{\partial G_{13}}{\partial s} &= -A1\omega_3G_{23} - A1\omega_2G_{33}, \\
 \frac{\partial G_{21}}{\partial s} &= A2\omega_3G_{11} + A2\omega_1G_{31}, & \frac{\partial G_{22}}{\partial s} &= A2\omega_3G_{12} + A2\omega_1G_{32}, & \frac{\partial G_{23}}{\partial s} &= A2\omega_3G_{13} + A2\omega_1G_{33}, \\
 \frac{\partial G_{31}}{\partial s} &= -A3\omega_2G_{11} - A3\omega_1G_{21}, & \frac{\partial G_{32}}{\partial s} &= -A3\omega_2G_{12} - A3\omega_1G_{22}, & \frac{\partial G_{33}}{\partial s} &= -A3\omega_2G_{13} - A3\omega_1G_{23},
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

Численное интегрирование систем для фундаментальной матрицы (7) и свободного движения (5) являются основой для расчета управлений в соответствии с выражением (3).

Имитационное моделирование. Для формирования имитационной модели управления угловой стабилизацией был использован пакет математического моделирования Mathcad [14].

Для проверки адекватности синтезированного алгоритма расчеты проводились для осесимметричного космического аппарата ($A1=A2=1, A3=0$) с начальными скоростями $\omega_1(0) = 2,5c^{-1}, \omega_2(0) = -1,7c^{-1}, \omega_3(0) = 1,2c^{-1}$. Динамика угловых скоростей и управляющих моментов представлена на рис. 1 и 2.

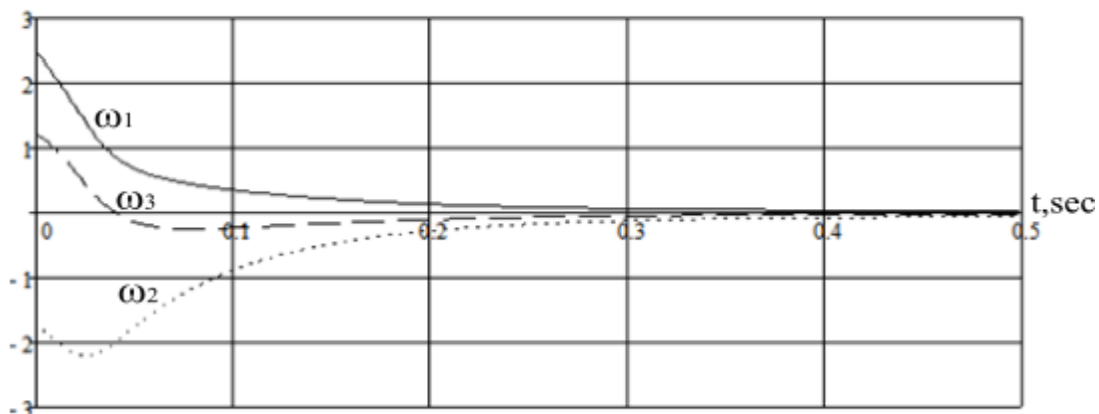


Рис. 1. Графики изменения угловых скоростей:
 $\omega_1(t)$ (—), $\omega_2(t)$ (.....), $\omega_3(t)$ (---), рад/сек

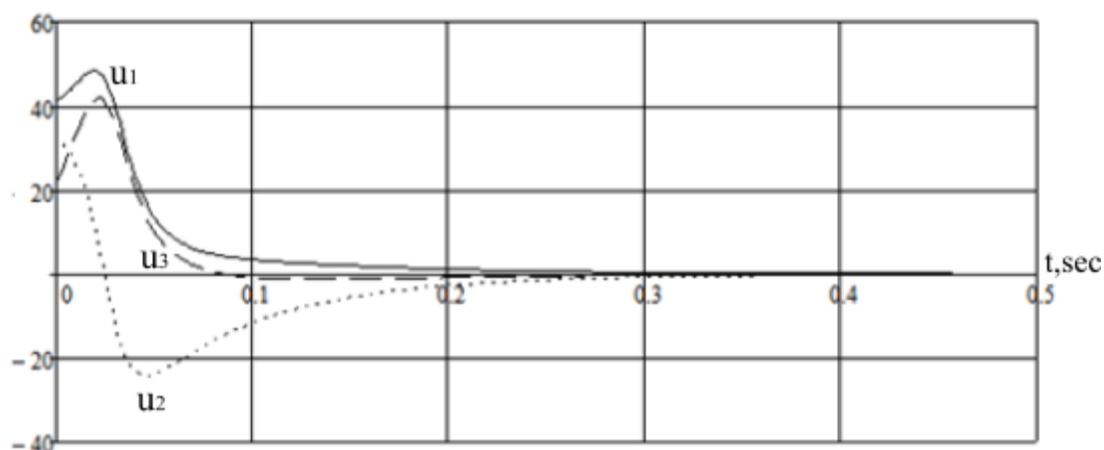


Рис. 2. Графики изменения управляющих воздействий:

$u_1(t)$ (—), $u_2(t)$ (.....), $u_3(t)$ (_ _ _), рад/сек²

Заключение. В данной работе представлен численный алгоритм стабилизации космического аппарата неосесимметричной формы на основе прогнозирующей модели. Представлены результаты моделирования управления. Характер кривых динамики угловых скоростей и управляющих моментов, полученных при моделировании управления с использованием полученного алгоритма, соответствует кривым динамики угловых скоростей и управляющих моментов, полученным при моделировании управления с использованием аналитического закона для осесимметричного КА [11], что подтверждает адекватность синтезированного алгоритма.

Библиографический список

1. Романова, И. К. Методы теории оптимального управления в проектировании технических систем: учебное пособие / И. К. Романова. — Москва : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2017. — 150 с.
2. Структурный синтез дискретных адаптивных следящих систем на основе объединенного принципа максимума / А. А. Костоглозов [и др.] // Вестник Донского государственного технического университета. — 2017. — Т. 17, № 1 (88). — С. 105–112.
3. Синтез адаптивных многорежимных регуляторов на основе комбинированного управления объединенного принципа максимума / А. А. Костоглозов [и др.] // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. — 2016. — № 3. — С. 124–132.
4. Костоглозов, А. А. Адаптация алгоритмов управления на основе методов прогнозирующей модели и объединенного принципа максимума / А. А. Костоглозов, В. Н. Таран, В. Н. Трофименко // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. — 2017. — №3. — С. 134–139.
5. Kostoglotov A.A., Taran V.N., Trofimenko V.N. Fuzzy Topological Approach to a Solid Control Task// Proceedings of the Third International Scientific Conference “Intelligent Information Technologies for Industry” (ITI’18). Volume 1. — 530 p. — P.373-381.
6. Taran V.N., Trofimenko V.N. Transport Systems Intellectualization Based on Analytical Control Synthesis of Angular Velocities for the Axisymmetric Spacecraft // Proceedings of the Second International Scientific Conference “Intelligent Information Technologies for Industry” (ITI’17). Volume 2. — 470 p. — P. 154-160.

7. Энергосберегающее освещение фасада жилого комплекса. Методы оптимизации в примерах и задачах. Учебно-методическое пособие / Р. С. Бирюков [и др.]. — Нижний Новгород : Нижегородский госуниверситет, 2010. — 101 с.

8. Справочник по теории автоматического управления. Под редакцией А. А. Красовского. — Москва : Наука. — 1987. — 712 с.

9. Васильев, Ф. П. Лекции по методам решения экстремальных задач / Ф. П. Васильев. — Москва : Издательство Московского университета, 1974. — 374 с.

10. Красовский, А. А. Универсальные алгоритмы оптимального управления непрерывными процессами / А. А. Красовский, В. Н. Буков, В. С. Шендрик. — Москва : Наука, 1977. — 272 с.

11. Таран, В. Н. Синтез оптимального алгоритма угловой стабилизации методом прогнозирующей модели / В. Н. Таран, В. Н. Трофименко // Автоматика и телемеханика. — 1997. — №5. — с. 82–85.

12. Таран, В. Н. Алгоритм терминального управления скоростями КА методом прогнозирующей модели / В. Н. Таран, В. Н. Трофименко, Е. Н. Трофименко // Современные проблемы радиоэлектроники : сборник научных трудов. Вып. 1. — Ростов-на-Дону : РГПУ, 2006. — 312 с. — С. 83–88.

13. Таран, В. Н. Алгоритм терминального управления скоростями КА методом прогнозирующей модели / В. Н. Таран, В. Н. Трофименко, Е. Н. Трофименко // Современные проблемы радиоэлектроники материалы : сб. трудов III Междунар. науч. конф. — 2010. — С. 83–87.

14. Основы теории полета и элементы проектирования искусственных спутников Земли / М. К. Тихонравов. — Москва : Машиностроение, 1967. — 294 с.

15. Mathematical encyclopedia: Chapter.red. I. M. Vinogradov. Vol. 3, COO-Od. / I. M. Vinogradov [et al.]. — М.: SovietEncyclopedia. — 1982. — 593 p.

Об авторах:

Трофименко Владимир Николаевич, доцент кафедры «Радиоэлектроника» Донского государственного технического университета (344000, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина,1), кандидат технических наук, доцент, trofimvn@mail.ru

Волкова Анастасия Александровна, магистрант кафедры «Радиоэлектроника» Донского государственного технического университета (344000, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина,1), Nasty1998.nasty@mail.ru

Authors:

Trofimenco, Vladimir N., associate professor of the Department of Radioelectronics, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344000, RF), Cand.Sci., associate professor, trofimvn@mail.ru

Volkova, Anastasiya A., master's degree student of the Department of Radioelectronics, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344000, RF), Nasty1998.nasty@mail.ru