

УДК 531.011

UDC 531.011

**УСЛОВИЯ ВОЗНИКНОВЕНИЯ
ФЛАТТЕРА КРЫЛА САМОЛЕТА
АН-124-100**

**OCCURRENCE CONDITIONS OF WING
FLUTTER OF THE AIRCRAFT AN-124-100**

А. А. Кузнецов, А. А. Матросов

A.A. Kuznetsov, A.A. Matrosov

Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону, Российская Федерация
amatrosov@donstu.ru

Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

amatrosov@donstu.ru

Определена критическая скорость полета самолета Ан-124-100С при которой возникает флаттер крыла с помощью модели крыла, совершающего изгибно-крутильные колебания.

The article determines critical flight speed of the airplane An-124-100C at which wing flutter occurs, using the model of the wing performing flexural-torsional vibrations.

Ключевые слова: флаттер, критическая скорость, автоколебания, критерий Гурвица.

Keywords: flutter, critical flight speed, self-oscillations, Hurwitz criterion.

Введение: При движении самолета на определенной скорости возникает флаттер, который характеризуется нарастающими автоколебаниями различных упругих частей самолета: крыльев, элеронов, закрылок, рулей поворота, рулей высоты др. Флаттер приводит к быстрому разрушению всего самолета в целом. Одним из решений этой проблемы, является расчет критической скорости (скорость флаттера), которую самолет не должен превысить. В работе выполнен расчет критической скорости для самолета Ан-124-100.

Рассмотрим механизм возникновения автоколебаний крыльев самолета при горизонтальном движении с постоянной скоростью. При флаттере крыло совершает сложные гармонические колебания. Ограничимся в первом приближении рассмотрением плоских колебания крыла в потоке воздуха. Так как конструкция реального крыла, состоящая из разного рода элементов (закрылки, элероны и т.д.), достаточно сложная, то рассмотрим его в виде жесткой модели крыла с упругими связями (рисунок 1).

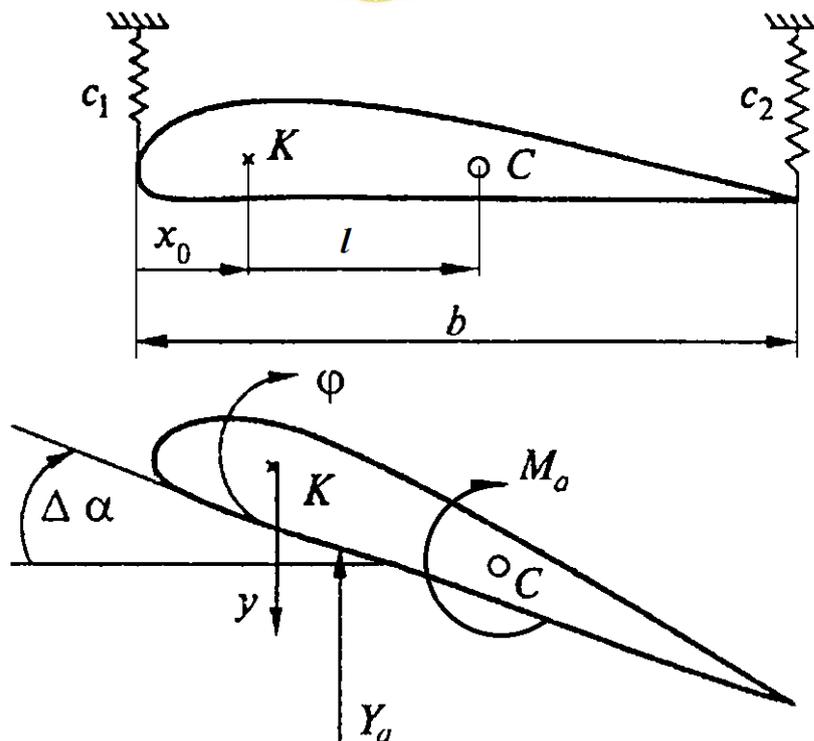


Рис.1. Жесткое крыло с упругими связями

Предположим, что система имеет две степени свободы, причем пружины (упругие связи) обеспечивают только вертикальные движения точек крепления крыла.

Здесь K — центр жесткости, C — центр тяжести крыла, c_1 и c_2 — коэффициенты жесткости крыла [1]. За обобщенные координаты примем: y — линейную координату отклонения центра жесткости крыла при изгибе, φ — угловую.

Составим дифференциальные уравнения колебаний крыла, применив для этого уравнения Лагранжа II рода [2]:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{y}} \right) - \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) &= Q_y, \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \left(\frac{\partial T}{\partial \varphi} \right) &= Q_\varphi. \end{aligned} \tag{1}$$

Обобщенными силами будут потенциальные силы упругой связи и аэродинамические силы, причем сила Y_a направлена против направления отсчета координаты y , момент M_a — по направлению отсчета угла φ :

$$Q_y = - \left(\frac{\partial \Pi}{\partial y} \right) - Y_a, \quad Q_\varphi = - \left(\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} \right) + M_a.$$

Воспользовавшись теоремой Кенига получим:

$$T = \frac{1}{2} m \dot{y}_c^2 + \frac{1}{2} J_c \dot{\varphi}^2 = \frac{1}{2} m (\dot{y} + l \dot{\varphi})^2 + \frac{1}{2} J_c \dot{\varphi}^2,$$

где m, J_c — масса и момент инерции крыла относительно центра масс; l — расстояние между центром жесткости и центром масс крыла, причем здесь принято расположение центра жесткости впереди центра масс.

Потенциальная энергия пружин равна

$$\Pi = \frac{1}{2}c_1\delta_1^2 + \frac{1}{2}c_2\delta_2^2,$$

где

$$\delta_1 = \frac{1}{2}c_1(y - x_0 \operatorname{tg} \varphi)^2, \quad \delta_2 = \frac{1}{2}c_2(y + (b - x_0) \operatorname{tg} \varphi)^2.$$

Так как угол φ очень мал ($\varphi \ll 1$), то $\operatorname{tg} \varphi = \varphi$ и $\delta_1 = (y - x_0\varphi)^2$, $\delta_2 = (y + (b - x_0)\varphi)^2$

Поэтому потенциальная энергия пружин, с учетом положения центра тяжести $c_1x_0 = c_2(b - x_0)$, равна

$$\Pi = \frac{1}{2}(c_1 + c_2)y^2 + \frac{1}{2}[c_1x_0^2 + c_2(b - x_0)^2]\varphi^2.$$

Аэродинамические силы пропорциональны скоростному напору $\rho v^2/2$, где ρ — плотность набегающего потока; v — его скорость. В первом приближении они пропорциональны приращению угла атаки $\Delta\alpha$, так что с учетом $\Delta\alpha = \varphi + \frac{\dot{y}}{v}$ получим:

$$Y_a = \frac{\rho v^2}{2} S c_y^\alpha (\varphi + \dot{y}/v),$$

$$M_a = \frac{\rho v^2}{2} S c_m^\alpha (\varphi + \dot{y}/v), \quad (2)$$

где S — площадь крыла; c_y^α, c_m^α — коэффициенты подъемной силы и аэродинамического момента, отнесенные к единице площади крыла и углу атаки.

Подставив выражения Y_a и M_a в (1), получим уравнения малых колебаний крыла в следующем виде:

$$m\ddot{y} + ml\ddot{\varphi} + (c_1 + c_2)y = -Y_a, \quad (3)$$

$$ml\ddot{y} + J\ddot{\varphi} + c\varphi = M_a,$$

где $J = J_c + ml^2$ — момент инерции крыла относительно оси жесткости; $c = c_1x_0^2 + c_2(b - x_0)^2$ — жесткость крыла на кручение.

Подставим выражения Y_a и M_a из (2), в уравнения (3). Получим

$$\ddot{y} + b_{11}\dot{y} + c_{11}y + a_{12}\ddot{\varphi} + c_{12}\varphi = 0, \quad (4)$$

$$\ddot{y} + b_{21}\dot{y} + a_{22}\ddot{\varphi} + c_{22}\varphi = 0,$$

где

$$a_{12} = l, \quad b_{11} = \frac{1}{m} \frac{\rho v^2}{2} S c_y^\alpha \frac{1}{v}, \quad c_{11} = \frac{1}{m} (c_1 + c_2),$$

$$a_{22} = \frac{J}{ml}, \quad b_{21} = -\frac{1}{ml} \frac{\rho v^2}{2} S c_m^\alpha \frac{1}{v}, \quad c_{12} = \frac{1}{m} \frac{\rho v^2}{2} S c_y^\alpha, \quad (5)$$

$$c_{22} = -\frac{1}{ml} \left(c - \frac{\rho v^2}{2} S c_m^\alpha \right).$$

Решение системы уравнений (4) будем разыскивать в виде

$$y = Ae^{\lambda t}, \quad \varphi = Be^{\lambda t} \quad (6)$$

После подстановки (5) в (4) получим

$$A(\lambda^2 + \lambda b_{11} + c_{11}) + B(\lambda^2 a_{12} + c_{12}) = 0,$$

$$A(\lambda^2 + \lambda b_{21}) + B(\lambda^2 a_{22} + c_{22}) = 0 \quad (7)$$

Для ненулевого решения (6) определитель системы уравнений (7) должен быть равен нулю:

$$a_0 \lambda^4 + a_1 \lambda^3 + a_2 \lambda^2 + a_3 \lambda + a_4 = 0, \quad (8)$$

где

$$a_0 = a_{22} - a_{12}, \quad a_1 = b_{11} a_{22} - b_{21} a_{12}, \quad a_2 = c_{22} + c_{11} a_{22} - c_{12},$$

$$a_3 = b_{11} c_{22} - b_{21} c_{12}, \quad a_4 = c_{11} c_{22}.$$

Заключение об устойчивости или неустойчивости системы можно сделать, применив критерий устойчивости Гурвица [3]. Для устойчивости уравнения четвертого порядка (8) необходимо, что бы определитель Δ_3 (10) был больше нуля и все коэффициенты характеристического уравнения (8) также были больше нуля:

$$\Delta_3 = a_1 a_2 a_3 - a_0 a_3^2 - a_1^2 a_4 > 0, \quad (10)$$

и

$$a_0 > 0, \quad a_1 > 0, \quad a_2 > 0, \quad a_3 > 0, \quad a_4 > 0. \quad (11)$$

Подставляя коэффициенты (9), с учетом обозначений (5) имеем

$$a_0 = a_{22} - a_{12} = \frac{J - l^2 m}{ml} = \frac{J_c}{ml},$$

$$a_1 = b_{11} a_{22} - b_{21} a_{12} = \frac{1}{mv} \frac{\rho v^2}{2} S \left(c_y^\alpha \frac{J}{ml} + c_m^\alpha \right),$$

$$a_2 = c_{22} + c_{11} a_{12} - c_{12} = \frac{1}{ml} \left[c + l \frac{c_1 + c_2}{m} J - \frac{\rho v^2}{2} S (c_m^\alpha + l c_y^\alpha) \right],$$

$$a_3 = b_{11} c_{22} - b_{21} c_{12} = \frac{c}{m^2 l v} \frac{\rho v^2}{2} S c_y^\alpha,$$

$$a_4 = c_{11} c_{22} = \frac{1}{m^2 l} \left[(c_1 + c_2) \left(c - \frac{\rho v^2}{2} S c_m^\alpha \right) \right].$$

Из полученных выражений ясно, что при постоянном значении величины l , знаки коэффициентов a_0, a_1, a_3 не зависят от скорости полета v , знаки коэффициентов a_2 и a_4 , наоборот, зависят от скорости v .

Расчеты показывают, что неравенства (11) выполняются автоматически, а критическая скорость определяется из численного решения неравенства (10).

**Библиографический список.**

1. Бехтир, В. П. Практическая Аэродинамика самолета Ан-124-100 / В. П. Бехтир, В. М. Ржевский, Е. Н. Коврижных, В. Х. Копысов. — Ульяновск : УВАУ ГА, 2005. — 207 с.
2. Алфутов, Н. А. Устойчивость движения и равновесия / Н. А. Алфутов, К. С. Колесников. — Т. 3. — Москва : Изд-во МГТУ, 2003. — 256 с.
3. Бесекерский, В. А. Теория систем автоматического регулирования. / В. А. Бесекерский, Е. П. Попов. — Москва : Наука, 1972. — 768 с.