УДК 519.95

МАТРИЧНЫЙ АНАЛИЗ ДОСТИЖИМОСТИ МАРКИРОВОК НЕОРИЕНТИРОВАННЫХ ДВУДОЛЬНЫХ МУЛЬТИГРАФОВ (Т-СЕТЕЙ)

В. А. Клочков, Д. В. Фатхи

Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону, Российская Федерация

vityaka49@mail.ru

fatkhi@mail.ru

Матричный анализ неориентированных двудольных мультиграфов (Т-сети) основан на использовании матриц изменений при срабатывании перехода слева и справа. Метод анализа позволяет определить достижимые маркировки Т-сети, в которой переходы могут срабатывать в различных направлениях.

Ключевые слова: Т-сети, сети Петри, матрицы, маркировка, переходы, векторы.

UDC 519.95

MATRIX ANALYSIS OF MARKINGS REACHABILITY OF AN UNDIRECTED BIPARTITE MULTIGRAPH (T-NETWORKS)

V. A. Klochkov, D. V. Fathi

Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

vityaka49@mail.ru

fatkhi@mail.ru

The article considers the matrix analysis of undirected bipartite multigraph (T-network) which is based on the use of transition matrices when the transition fires from left to right. This method of analysis allows determining the reachable markings of T-nets in which transitions can fire in various directions.

Keywords: T-network, Petri net, matrix, marking, transitions, vector.

Введение. Для представления параллельных процессов и их исследования широко применяются сети Петри — ориентированные двудольные мультиграфы [1]. В них, методами анализа на основе деревьев достижимости и матричных преобразований, могут выявляться различные критические состояния процессов — зацикливания, тупики и др. Однако, сетями Петри сложно моделировать, так называемые, реверсивные процессы, когда, согласно терминологии сетей Петри, по постусловиям моделируемого процесса получают предусловия. С целью расширения моделирующих возможностей сетевых средств и представления реверсивных процессов, предложены Т-сети — неориентированные двудольные мультиграфы [2].

Применение Т-сетей для моделирования требует проведения анализа достижимости маркировок сети при реверсивных процессах. Для анализа возможно применение метода, основанного на дереве достижимости, по аналогии с сетями Петри. В дереве достижимости для Т-сетей последовательность достижимых маркироок определяется как в прямом направлении, начиная с начальной маркировки, так и в обратном — в направлении к начальной маркировке.

Матричный же анализ, используемый при формализованном анализе сетей Петри, не применим к Т-сетям, в связи с этим, в работе предлагается метод матричного анализа Т-сетей.

Основные определения Т-сетей. Формально, сеть-Т есть четвёрка

$$C_T = (P, T, F_L, F_R),$$

где P, T — конечные множества соответственно, позиций и переходов; F_L, F_R — функции, ставящие в соответствие переходам слева и справа некоторые числа позиций.

Для маркировки Т-сетей используются отображение $\mu: P \to N \cup \{\varnothing\}$, где N — множество целых чисел, больше 0.

Для Т-сетей разрешается запуск перехода t_j , если для всех $p_i \in P$ выполняются условия $(p_i, F_{L(R)}(t_j))$ — кратность позиции p_i относительно перехода t_j слева (справа). Запуск перехода и последующий справа (слева) от перехода по одной метке для каждого ребра.

Переход t_j в Т-сети с маркировкой μ может быть запущен каждый раз, когда он разрешен. В результате запуска разрешенного перехода t_j образуется новая маркировка μ', определяемая соотношением:

$$\mu'(p_i) = \mu(p_i) - \#(p_i, F_{L(R)}(t_j)) + \#(p_i, F_{R(L)}(t_j)).$$

Разработка метода матричного анализа Т-сетей. Т-сети вида (P, T, F_L, F_R) в альтернативном виде можно представить в виде $(P, T, D_{L(R)}^-, D_{L(R)}^+)$, где $D_{L(R)}^-$ и $D_{L(R)}^+$ представляют входную и выходную функции в матричном виде.

Определим входы в переходы структуры Т-сети слева (справа) как,

$$D_{L(R)}^- [\mathrm{i,j}] = \#(p_i, F_{L(R)}(t_j)),$$

и выходы из переходов структуры Т-сети слева и (справа) как,

$$D_{L(R)}^+ [\mathrm{i,j}] = \#(p_i, F_{L(R)}(t_j)).$$

Указанные матрицы содержат m строк, соответствующих переходам и n столбцов, соответствующих позициям.

Переход $\bullet t_j(t_j \bullet)$ с пометкой левой (правой) стороны при маркировке μ разрешён, если $\mu \geq e[j] \cdot D_{L(R)}^-$. Здесь $e[j]$ — вектор-строка, содержащая единицу в j-й компоненте.

Результат запуска перехода $\bullet\, t_j$ при маркировке μ записывается в виде:

$$\delta(\mu, \bullet\, t_j) = \mu - e[j] \cdot D_L^- + e[j] \cdot D_L^+ = \mu + e[j] \cdot D_L ,$$

где $D_L = D_L^+ - D_L^-$ – матрица изменений, а результат запуска для $t_j\bullet$

$$\delta(\mu, t_j\bullet) = \mu - e[j] \cdot D_R^- + e[j] \cdot D_R^+ = \mu + e[j] \cdot D_R ,$$

где $D_R = D_R^+ - D_R^-$ — матрица изменений.

Тогда, если последовательность запусков перехода $\sigma = t_{j1}\, t_{j2} \ldots t_{jк}$ с t_j слева или справа

$$\delta(\mu,\sigma) = \sigma + e[j_1] \cdot D_{L(R)} + e[j_2] \cdot D_{L(R)} + \ldots + e[j_к] \cdot D_{L(R)} = \mu + f(\sigma) \cdot D_{L(R)}.$$

Здесь $f(\sigma)$ — вектор запусков $f(\sigma) = e[j_1] + e[j_2] + \ldots + e[j_к]$ последовательности $t_{j1}\, t_{j2} \ldots t_{jк}$ слева или справа. Каждый элемент вектора запусков — есть число запусков каждого перехода в последовательности.

Матричный анализ Т-сетей является инструментом для решения проблемы достижимости. Маркировка μ' достижима из маркировки μ если существует последовательность запусков σ переходов, которая приводит из μ в μ'.

Пример применения матричного метода анализа Т-сети. На рисунке 1 представлена Т-сеть для демонстрации проведения анализа.

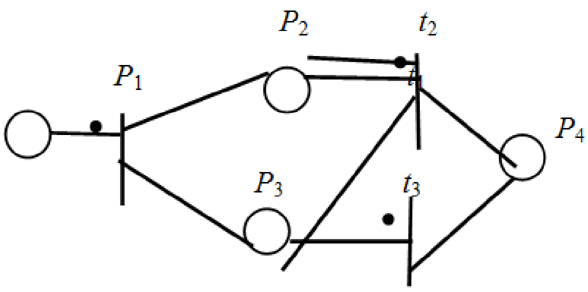

Рис. 1 . Т-сеть

Представим матрицы D_L^- и D_L^+:

$$D_L^- = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$D_L^+ = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Составная матрица изменений $D_L = D_L^+ - D_L^-$ имеет вид:

$$D_L = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Матрицы D_R^+ и D_R^- :

$$D_R^+ = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

Составная матрица изменений $D_R = D_R^+ - D_R^-$ имеет вид:

$$D_R = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

При начальной маркировке μ_0=(1,0,1,0) переход t_3 разрешен и приводит к маркировке μ'

$$\mu' = (1{,}0{,}1{,}0) + (0{,}0{,}1_L)\cdot\begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} = (1{,}0{,}1{,}0) + (0{,}0{,}-1{,}1) = (1{,}0{,}0{,}1)$$

Это получено по формуле:

$$\mu' = \mu_0 + f(\sigma)\cdot D_L$$

Здесь $f(\sigma)$ — вектор запусков переходов. В примере $f(\sigma) = (0{,}0{,}1_L)$ — переход t_3 запускается один раз слева. D_L — составная матрица изменений, полученная из матриц входов в переходы слева и выходов из переходов слева (D_L^+ и D_L^-).

Рассмотрим последовательность срабатывания переходов $\sigma = \bullet t_3\, t_2\bullet\ \bullet t_3\, t_2\bullet\ t_1\bullet$, что представляется вектором запусков $f(\sigma) = (1_R, 2_R, 2_L)$.

$$\mu' = (1{,}0{,}1{,}0) + (1_R, 2_R, 2_L)\cdot\left\{\frac{\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}_R}{\begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}_L}\right\} = (1{,}0{,}1{,}0) + \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 4 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \end{pmatrix} =$$

$$= (1{,}0{,}1{,}0) + (1{,}3{,}-1{,}0) = (2{,}3{,}0{,}0).$$

Полученный вектор описывает результирующую маркировку Т-сети.

Матрицы в фигурных скобках являются матрицами изменений $\left\{\frac{D_R}{D_L}\right\}$. При умножении значений вектора запусков переходов с индексом R сомножитель берется из соответствующей строки матрицы D_R, расположенной над чертой, а при умножении значения вектора запусков переходов с индексов L сомножитель берется с соответствующей строки матрицы D_L, расположенной под чертой.

Заключение. Предложенный матричный метод анализа Т-сети учитывает левую и правую пометки переходов, отраженных в матрицах изменений D_L и D_R и представленных сдвоенной матрицей, учитывающей D_R и D_L.

Библиографический список.

1. Питерсон, Дж. Теория сетей Петри и моделирование систем / Дж. Питерсон — Москва : Мир, 1984. — 264с.

2. Фатхи, Д. В Неориентированные двудольные мультиграфы как инструмент, расширяющий моделирующие возможности сетей Петри / ., Д. В. Фатхи, В. А. Фатхи // Вестник компьютерных и информационных технологий. — 2015. — №4. — С. 3–8.

3. Котов, В. Е. Сети Петри / В. Е. Котов. — Москва : Наука, 1984. —160 с.

4. Есикова, Т. Н. Алгоритм построения множества достижимых маркирований для анализа свойств сетей Петри / Т. Н. Есикова // Вычислительные системы : сб. науч. тр. — Новосибирск, 1983. — № 97. — С. 53–68.

5. Мурата, Т. Сети Петри : свойства, анализ, приложения / Т. Мурата // Труды ТИИЭР. — 1989. — Т.77, № 4. — С. 41–85.