ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

CC BY

УДК 621.314

Разработка математической модели для оптимизации нагрузки на насосное оборудование группового подземного водозабора

М.И. Азнабаев, А.В. Кулешов
Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Аннотация
Рассматривается процесс разработки математической модели, направленной на оптимизацию работы насосного оборудования в групповых подземных водозаборах. Основное внимание уделяется проблеме преждевременного износа насосов, вызванного неравномерным распределением нагрузки и ошибочным выбором параметров системы. Целью данной работы является создание инструмента для прогнозирования различных гидравлических характеристик системы, таких как давление, расход и скорость потока, а также для оптимизации проектных решений в данной области. В статье представлен глубокий анализ влияния изменений диаметров трубопроводов на функционирование насосов и общее состояние водозаборной сети. Разработанная модель позволяет не только повысить надежность работы системы, но и улучшить экономическую эффективность её эксплуатации. Одной из отличительных особенностей работы является тщательное исследование взаимосвязей между параметрами сети и насосным оборудованием, что особенно актуально при модернизации существующих систем.

Ключевые слова: математическая модель, насосное оборудование, simulink, гидравлические характеристики, оптимизация нагрузок, моделирование трубопроводов, модернизация водоснабжения

Для цитирования. Азнабаев М.И., Кулешов А.В. Разработка математической модели для оптимизации нагрузки на насосное оборудование группового подземного водозабора. *Молодой исследователь Дона.* 2025;10(2):46–55.

Development of a Mathematical Model for Optimizing Pumping Equipment Load in a Ground Water Intake Network

Marat I. Aznabaev, Artem V. Kuleshov
Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Abstract
The article studies the process of developing a mathematical model for optimizing operation of pumping equipment in a ground water intake network. The main focus of the research is the problem of premature wear of pumps due to uneven load distribution and incorrect selection of system parameters. The aim of the work is to create a tool for predicting various hydraulic parameters of a system, such as pressure, flow rate and flow velocity, as well as for optimizing design solutions in this subject area. The article presents an in-depth analysis of the impact of the pipeline diameter changes on the operation of pumps and overall condition of the water intake network. The developed model enables not only to improve the reliability of the system, but also to increase the economic efficiency of its operation. One of the distinct features of the paper is thorough study of the relationships between network parameters and pumping equipment, which is especially important for modernization of the existing systems.

Keywords: mathematical model, pumping equipment, simulink, hydraulic parameters, optimization of load, pipeline modeling, water supply modernization

For Citation. Aznabaev MI, Kuleshov AV. Development of a Mathematical Model for Optimizing Pumping Equipment Load in a Ground Water Intake Network. *Young Researcher of Don.* 2025;10(2):46–55.

© Азнабаев М.И., Кулешов А.В., 2025

Введение. В процессе эксплуатации насосного оборудования для артезианских скважин, особенно погружных скважинных насосов типа ЭЦВ, возникают проблемы, существенно влияющие на работоспособность агрегата. Большинство из них обусловлено рядом факторов, таких как неправильный выбор производительности насоса, диаметр трубопровода, осушение скважины, гидроудар, некорректная глубина установки и опасные пусковые моменты насосного оборудования. Подземный водозабор из артезианских скважин широко используется в регионах, где отсутствуют природные водоемы, пригодные для водозабора, такие как реки и озера, что критично как для промышленности, так и для водоснабжения населения. Основная задача водозабора заключается в бесперебойном снабжении потребителей водой. В случае выхода насоса из строя его необходимо извлечь из скважины для проведения ремонтных работ или замены. Учитывая, что глубины артезианских скважин могут достигать 70 метров и более, такая операция становится весьма дорогостоящей. Насос и трубы имеют немалый вес, и без использования подъёмного крана выполнить эту задачу невозможно. В среднем на подъем насоса из скважины уходит около одного дня [1]. Перебои в водоснабжении пагубно сказываются на промышленности, особенно на животноводческом хозяйстве в летнее время. Чтобы предотвратить преждевременный выход из строя насосного оборудования и увеличить его бесперебойность, нами предлагается математическая модель, позволяющая на этапе проектирования подбирать оптимальные параметры насосов и труб, а также режимы работы скважин. Эта модель сможет предсказывать параметры системы (давление, расход, скорость потока) и её поведение в различных ситуациях, включая аварийные.

Актуальность данной работы заключается в том, что применение моделирования системы повысит эффективность и экономичность работы оборудования. В настоящее время системы с подобным управлением встречаются редко, что зачастую приводит к значительным потерям извлекаемой воды и электроэнергии, серьезным перебоям в снабжении и незапланированным ремонту оборудования из-за неконтролируемости системы. Важным преимуществом моделирования является возможность анализа работы системы при её возможной модернизации, включая увеличение числа веток артезианских скважин, удлинение магистрали водоснабжения и замену насосного оборудования. Модернизация сетей водоснабжения становится особенно актуальной, поскольку в последнее время наблюдается рост численности населения, увеличение площади и плотности застройки в городах. Строится все больше высотных жилых зданий и предприятий, что, в свою очередь, кратно увеличивает потребление воды и повышает нагрузку на сети водоснабжения. Поэтому остро стоит вопрос о возможности будущего расширения этих сетей и предсказания состояния параметров системы для определения возможных пределов производительности водоснабжения. Моделирование также позволит внедрять и настраивать различные регуляторы для управления насосами, оптимизируя процесс водоснабжения [2–5].

Основная часть. Разработка математической модели будет осуществляться на основе существующей насосной станции первого подъема в Ростовской области, в Матвеево-Курганском районе. Эта насосная станция представляет собой разветвлённую сеть скважин, из которых вода поступает и перекачивается по общему трубопроводу. Вода из различных ветвей попадает в напорные резервуары, а затем перекачивается к следующим насосным станциям. Схема насосной станции первого подъема представлена на рис. 1:

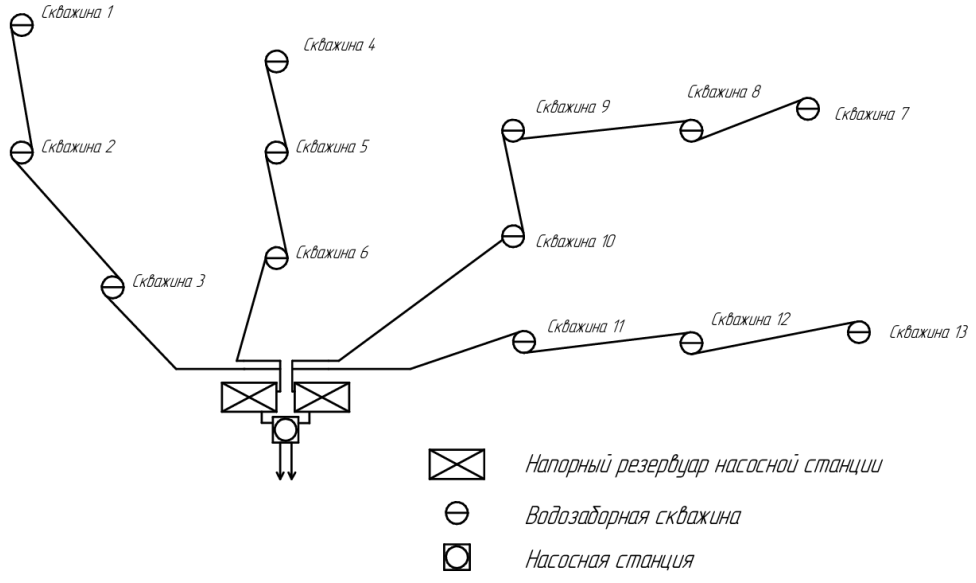


Рис. 1. Насосная станция

В данной модели будет анализироваться одна из конкретных ветвей насосной станции, обладающая определенными параметрами трубопровода и глубинами скважин, которые иллюстрированы на рис. 2.

https://mid-journal.ru

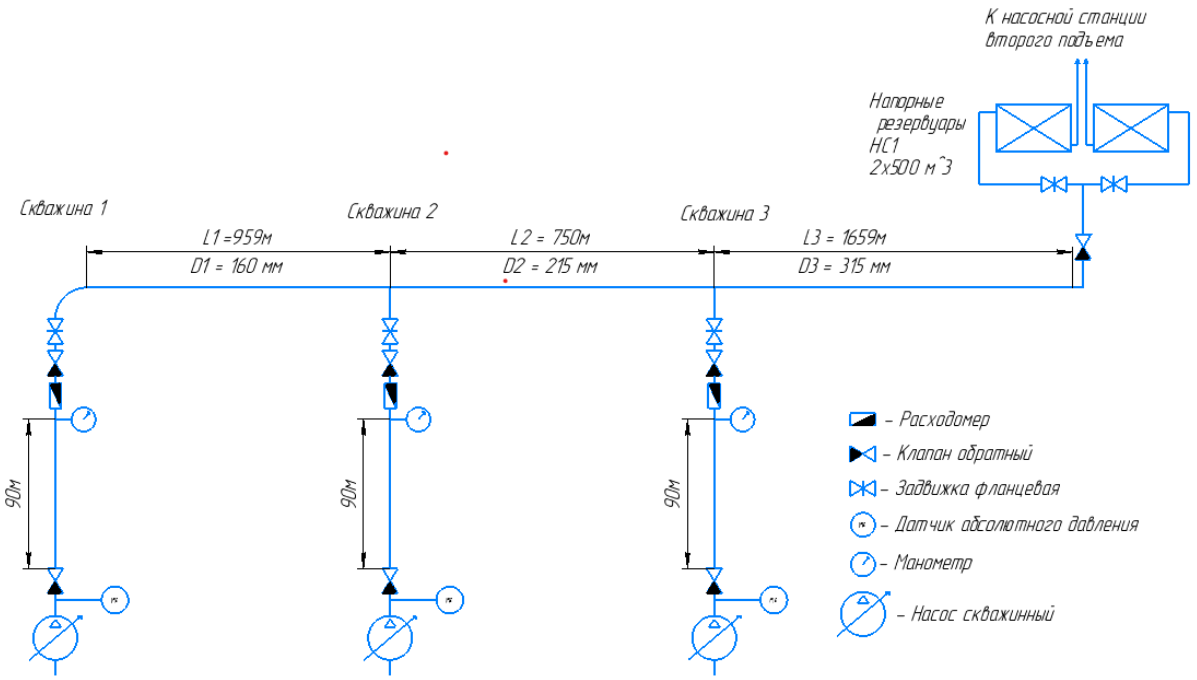


Рис. 2. Ветвь артезианских скважин

На основе имеющихся данных была разработана математическая модель (рис. 3) с использованием библиотеки пакета прикладных программ Simulink Simscape IL.

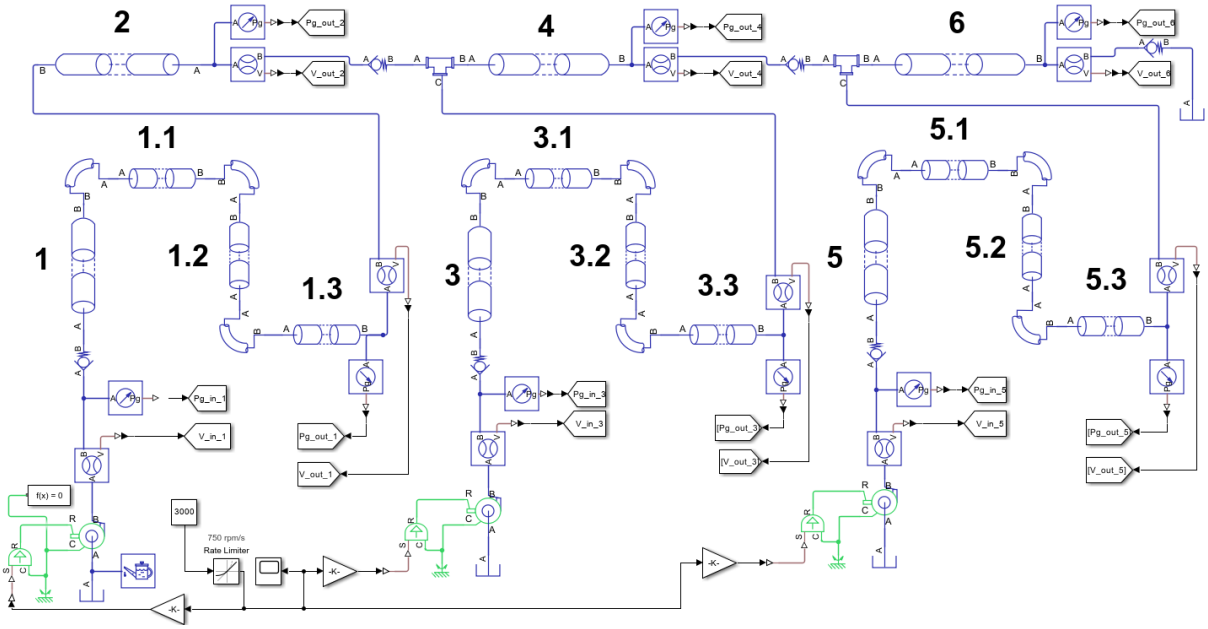


Рис. 3. Математическая модель

Модель позволяет рассчитать давление, расход на участках трубопровода, учитывая их гидравлическое сопротивление, перепад высот и производительность насосов.

Начнем построение модели со скважины и погружного насоса (рис. 4). Блок центробежного насоса в библиотеке имеет вид:

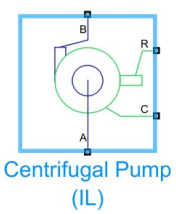


Рис. 4. Модель центробежного насоса

Настройка параметров насоса может быть задана как исходными данными, так и в виде табличных данных (рис. 5).

NAME	VALUE		
Selected part	Grundfos:SP:10530-34		
Parameters			
Pump parameterization	1D tabulated data - head and brake power vs. capacity at		
Reference capacity vector	Rcv	<1x7 double>	m^3/s
Reference head vector	Rhv	<7x1 double>	m
Reference brake power vector	Rbpv	<7x1 double>	kW
Reference shaft speed	RefSs_1	3000	rpm
Reference density	998.23 % Datasheet derived		kg/m^3
Minimum shaft speed threshold as fract...	0.01 % Library default	0.01	
Impeller diameter scale factor	1 % Library default	1	
Mechanical orientation	Positive angular velocity of port R relative to port C corres		

Рис. 5. Окно задания параметров насоса

Основными параметрами являются напор, производительность и частота вращения. В данном случае параметры (рис. 6) были заданы с помощью векторов:

Rcv = [0,0166667 0,0222222 0,0277778 0,0333333 0,0444444 0,05 0,0555556] — опорный вектор объёмного расхода насоса в м^3/с;

Rhv = [230 225 220 210 200 180 155] — опорный вектор напора насоса в метрах;

Rbpv = [1,4582 1,7273 2,1991 2,2675 2,4444 2,5321 2,4701] — опорный вектор тормозной мощности насоса в кВт [6].

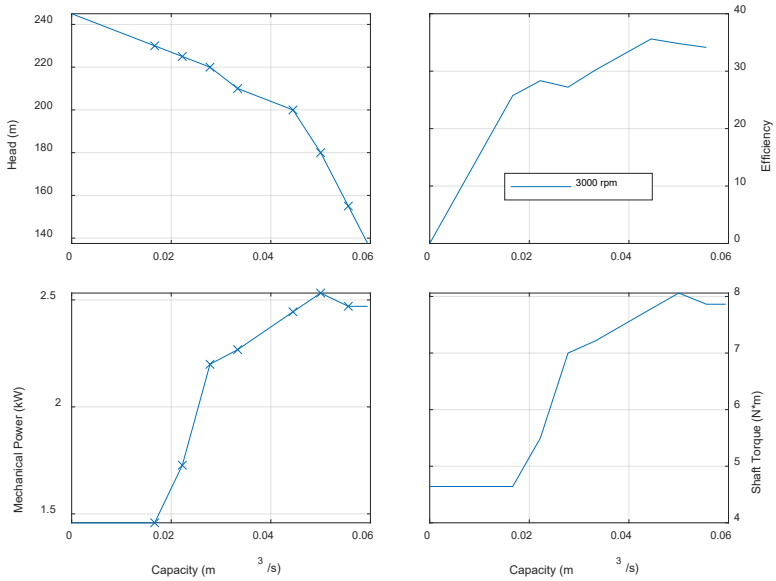


Рис. 6. Характеристики насоса

Математическое описание блока. Расход и напор насоса подаются через порты A и B, порт C отвечает за корпус насоса, а R за вал насоса.

Формула прироста давления имеет вид [7]:

$$pB - pA = \Delta Href\, \rho g \left(\frac{\omega}{\omega_{ref}}\right)^2 \cdot \left(\frac{D}{D_{ref}}\right)^2,$$

где ΔH_{ref} — это опорный напор насоса, который блок получает в результате квадратичной аппроксимации разницы в давлении насоса между значениями параметров максимального напора при нулевой производительности, номинального напора и максимальной производительности при нулевом напоре; ω — угловая скорость вала; ref_{ω} — это значение параметра опорной скорости вала; ref/D_D — это значение параметра коэффициента масштабирования диаметра крыльчатки.

https://mid-journal.ru

Крутящий момент на валу равен [7]:

$$\tau = W_{\text{тормозн.}ref}\left(\frac{\omega^2}{\omega_{ref}^3}\right)^2 \cdot \left(\frac{D}{D_{ref}}\right)^5,$$

где $W_{\text{тормозн.}ref}$ — это номинальная мощность торможения. Рассчитывается как производительность, умноженная на напор/эффективность. Эффективность насоса — это квадратичная кривая, у которой пик — номинальная мощность торможения.

Также блок рассчитывает эталонную ёмкость [7]:

$$q_{red} = \frac{\dot{m}}{\rho}\frac{\omega_{ref}}{\omega}\left(\frac{D_{ref}}{D}\right)^3,$$

где m — массовый расход насоса.

Модель трубопровода (рис. 7) в библиотеке представлена блоком Pipe IL.

Рис. 7. Модель трубопровода Pipe IL

Данный блок моделирует потерю давления и скорость потока в трубопроводе, который обладает следующими параметрами, представленными на рис. 8: коэффициент гидравлического сопротивления стенок трубы, диаметр трубопровода, длина, перепад высот, а также режим течения жидкости внутри трубы (ламинарный или турбулентный).

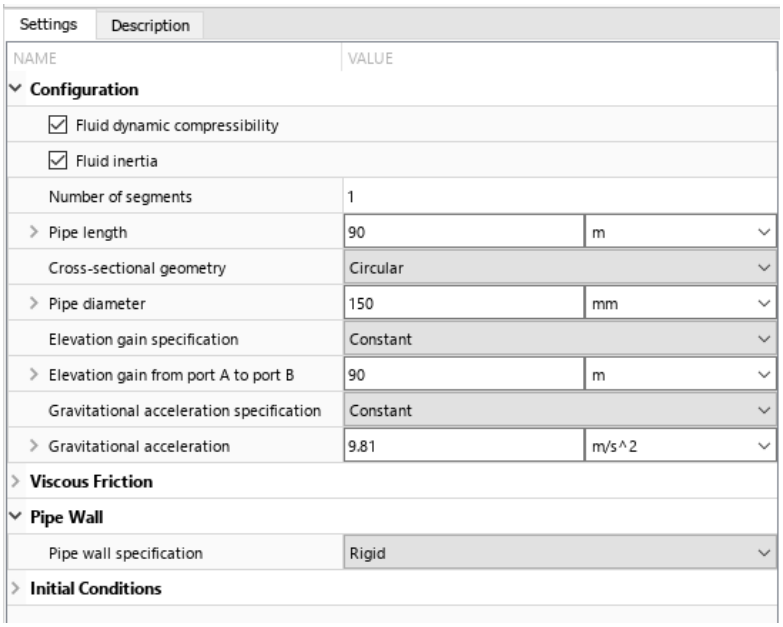


Рис. 8. Параметры для трубопровода

Математическое описание модели. Формула перепада давления в трубе имеет вид [8]:

$$p_v = f \cdot \frac{L + L_{eq}}{2} \cdot \frac{\dot{m}_a}{2\rho D^2 S^2},$$

где f — коэффициент трения Дарси; L — длина трубопровода; L_{eq} — эквивалентная длина местных сопротивлений трубопровода; $\dot{m}_a$ — производная по времени массового расхода в трубпроводе; ρ — плотность жидкости; D — диаметр трубы; S — Площадь поперечного сечения трубы; f — коэффициент трения Дарси вычисляется по формуле [8]:

$$f_n = \frac{1}{\left(-1{,}8\log_{10}\left(\left(\frac{6{,}9}{Re}\right)+\left(\frac{1\cdot r}{3{,}7\cdot D_h}\right)1{,}11\right)\right)^2},$$

где r — шероховатость поверхности и трубы; Re — число Рейнольдса, вычисляемое по формуле $Re = |\dot{m}|\cdot D_h / (\mu\cdot S)$, где μ — динамическая вязкость жидкости в трубе.

Также в модели учитываются динамические характеристики движения жидкости: сохранение импульса потока жидкости и масса жидкости. Уравнение баланса импульса в трубопроводе для порта трубы А следующее [8]:

$$p_a - p_l = \begin{cases} \Delta p_{v,A} \ (1) \\ \Delta p_{v,A} + \dfrac{L}{2S}\ddot{m}_A \ (2) \end{cases}.$$

1 — если инерция жидкости отключена; 2 — если включена.

Уравнение баланса импульса порта B [8]:

$$p_b - p_l = \begin{cases} \Delta p_{v,B} \ (1) \\ \Delta p_{v,B} + \dfrac{L}{2S}\ddot{m}_B \ (2) \end{cases}.$$

Баланс массы при этом имеет вид [8]:

$$\dot{m}_A + \dot{m}_B = \begin{cases} 0 \\ \dfrac{\dot{p}_1}{\beta}\rho_1 V \end{cases},$$

где V — объём жидкости в трубе.

Для того, чтобы обезопасить систему от обратных токов воды, которые могут возникнуть при внезапном отключении насосного оборудования и вызвать гидроудар, система обычно снабжается обратными клапанами (рис. 9).

В библиотеке обратный клапан имеет вид, изображенный на рис. 9.

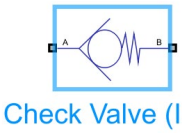


Рис. 9. Модель обратного клапана

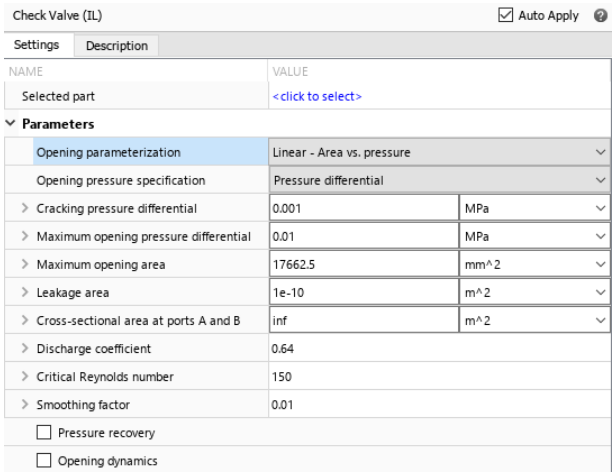


Рис. 10. Окно настройки параметров обратного клапана

Основные параметры для клапана — это разница давлений на входе и выходе растрескивания (минимальное давление, при котором клапан начинает приоткрываться $p_{\text{треск}}$) и максимальная разница давлений при открытии клапана, площадь открытия (A_{max}), площадь обратной утечки (A_{max}) площадь поперечного сечения портов A и B.

Формулы, по которым вычисляются площадь отверстия и давление, следующие [9]:

$$A_{клапан} = p\left(A_{max} - A_{\text{утечка}}\right) + A_{\text{утечка}},$$

где нормализованное давление p [9]:

$$p = \frac{p_{\text{контроль}} - p_{\text{треск}}}{p_{max} - p_{\text{треск}}},$$

где $p_{\text{контроль}}$ представляет собой разницу между давлением в порту A и атмосферным давлением.

Уравнение массового расхода через клапан:

$$\dot{m}_a + \dot{m}_b = 0.$$

https://mid-journal.ru

Масса сохраняется при проходе через клапан. Массовый расход рассчитывается следующим образом [9]:

$$\dot{m} = \frac{C_d A_{\text{клапан}} \sqrt{2\bar{\rho}}}{PR_{\text{потери}} \left(1 - \left(\frac{A_{\text{клапан}}}{A_{\text{порт}}}\right)^2\right)} \cdot \frac{\Delta p}{\left[\Delta p^2 + \Delta p_{\text{крити}}^2\right]^{1/4}},$$

где C_d — является коэффициентом разряда; $A_{\text{клапан}}$ — область мгновенного открытия клапана; $A_{\text{порт}}$ — это площадь поперечного сечения; $\bar{\rho}$ — средняя плотность жидкости; Δp — разница давлений в клапане; Критическая разница давлений $p_{\text{критич}}$ — это перепад давления, связанный с критическим числом Рейнольдса [9].

$$\Delta p_{\text{критич}} = \frac{\pi\bar{\rho}}{8A_{\text{клапан}}} \cdot \left(\frac{v \cdot Re_{\text{критич}}}{C_d}\right)^2.$$

Потери давления описывают снижение давления в клапане из-за уменьшения площади и рассчитываются следующим образом [9]:

$$PR_{\text{потери}} = \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{A_{\text{клапан}}}{A_{\text{порт}}}\right)^2 \left(1 - C_d^2\right)} - C_d \frac{A_{\text{клапан}}}{A_{\text{порт}}}}{\sqrt{1 - \left(\frac{A_{\text{клапан}}}{A_{\text{порт}}}\right)^2 \left(1 - C_d^2\right)} + C_d \frac{A_{\text{клапан}}}{A_{\text{порт}}}}.$$

При соединении потоков из трех скважин в общую магистраль будет использоваться тройник, называемый в библиотеке Simscape, T-junction, рис. 11.

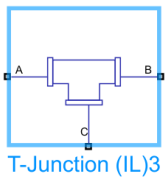


Рис. 11. Модель тройник

Основные параметры для тройника — это площади поперечного сечения при переходе от порта *A* к *B* и от портов *A*-*C* и *B*-*C* (рис. 12).

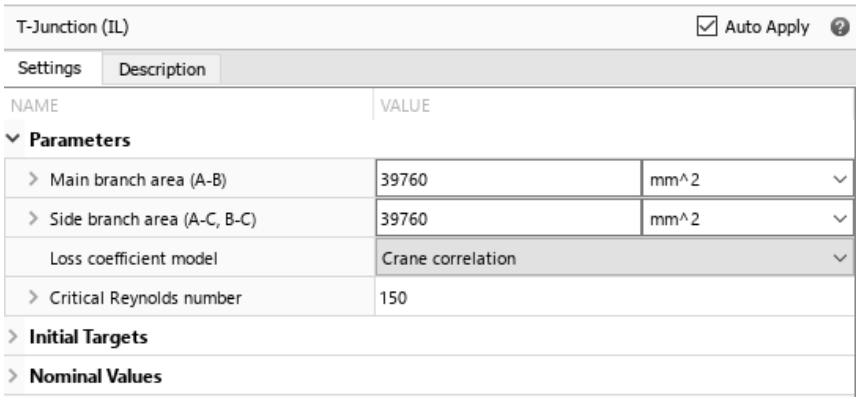


Рис. 12. Окно настройки параметров *T-junction*

В нашем случае потоки *A* и *C* сходятся, В является выходом для жидкости.

Формула, по которой рассчитывается коэффициент гидравлических потерь, следующая [10]:

$$K_{\text{пот}} = \left(\frac{\dot{m}_1}{\dot{m}_2}\right)^2 - 0{,}95 - 2C_{xC}\left(\left(\frac{\dot{m}_1}{\dot{m}_2}\right)^2 - 1\right) - 2C_m\left(\left(\frac{\dot{m}_1}{\dot{m}_2}\right)^2 - \frac{\dot{m}_1}{\dot{m}_2}\right),$$

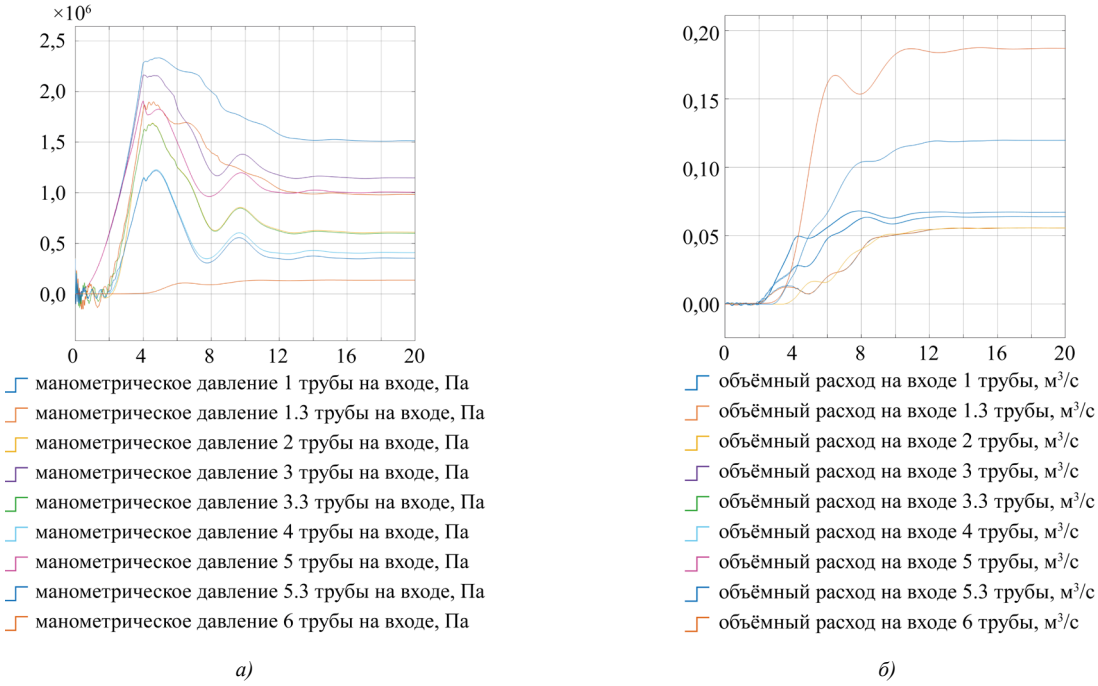
где

$$C_m = 0{,}23 + 1{,}46\left(\frac{r}{d_3}\right) - 2{,}75\left(\frac{r}{d_3}\right)^2 + 1{,}65\left(\frac{r}{d_3}\right)^3,$$

$$C_{xC} = 0{,}08 + 0{,}56 + \left(\frac{r}{d_3}\right) - 1{,}75\left(\frac{r}{d_3}\right)^2 + 1{,}83\left(\frac{r}{d_3}\right)^3.$$

где d_3— диаметр бокового ответвления; $\dot{m}_1$ — массовый расход на входе в основную цепь; $\dot{m}_2$ — массовый расход на выходе из основного ответвления; r — диаметр основной ветви.

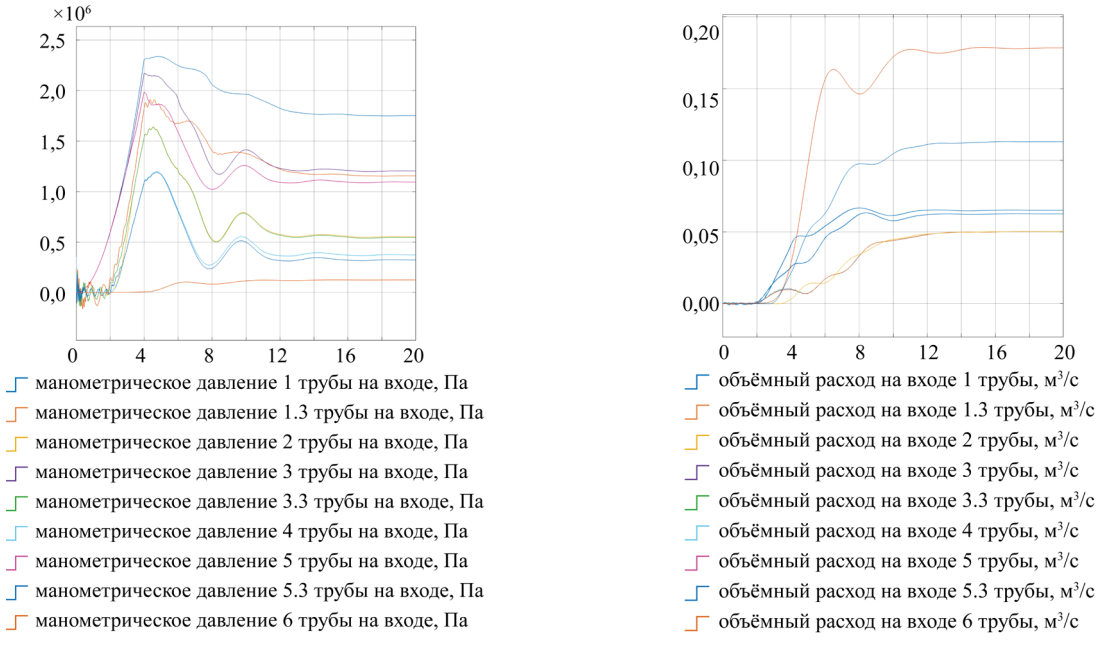
Для проведения моделирования были заданы исходные параметры трубопроводной системы, которые подробно представлены на рис. 2. Также добавлены дополнительные точки сбора данных. В ходе эксперимента осуществлялся анализ гидравлических характеристик, включающих распределение давления и расхода жидкости на различных участках системы. Особое внимание было уделено сегментам, где установлены датчики манометрического давления и объемного расхода, что позволило получить детализированные графики. Полученные результаты моделирования, представленные на рис. 13, обеспечивают возможность детального изучения динамики гидравлических процессов и служат основой для дальнейшей оптимизации работы насосного оборудования.



а) *б)*

Рис. 13. Графики гидравлических характеристик: *а* — манометрическое давление; *б* — объёмный расход

В рамках эксперимента с целью анализа влияния изменения геометрических параметров на гидравлические характеристики системы было принято решение уменьшить на 20 % диаметры трубопроводов в сегментах 1, 1.1, 1.2, 1.3, 3, 3.1, 3.2, 3.3, 5, 5.1, 5.2 и 5.3, сократив их с 150 мм до 120 мм. Моделирование позволило оценить изменение распределения давления и расхода жидкости по системе, а также выявить критические участки, подверженные значительному влиянию данного изменения. Результаты представлены на рис. 14.



а) *б)*

Рис. 14. Графики гидравлических характеристик: *а* — манометрическое давление; *б* — объёмный расход

https://mid-journal.ru

Анализируя полученные графики, можно сделать следующие выводы: давление на входе в трубопровод 1 увеличилось на 0,25 МПа, что привело к снижению давления в трубопроводах 1.3, 2, 3, 3.3 и 5. Кроме того, изменения отразились на расходах в трубопроводах 1.3, 2 и 6, которые уменьшились на 0,02 м³/с. Такое перераспределение нагрузок вызвало значительное увеличение давления на насос, установленный в скважине 1, что, в свою очередь, привело к росту нагрузки на него. Одновременно наблюдалось снижение нагрузки на насосы в 2 и 3 в скважине. Такой режим эксплуатации значительно ускоряет износ оборудования скважины 1, что снижает срок его службы, а также отрицательно сказывается на общей надежности и бесперебойности функционирования системы в целом.

Заключение. В ходе проведенного исследования была разработана математическая модель для оптимизации работы насосного оборудования группового подземного водозабора. Моделирование позволило выяснить, как различные параметры трубопровода влияют на гидравлические характеристики, такие как давление, расход и скорость потока жидкости. Анализ графиков продемонстрировал, как изменение диаметра трубопровода воздействует на распределение нагрузки и, соответственно, на эффективность работы насосного оборудования.

В результате исследования было установлено, что увеличение давления на отдельных участках трубопроводной системы при уменьшении диаметра труб приводит к росту нагрузки на насосы, что значительно сокращает срок их эксплуатации. Кроме того, выяснили, что такие изменения параметров сети требуют более тщательного проектирования с учетом ожидаемых гидравлических явлений.

Практическая значимость данной работы заключается в возможности применения разработанной модели для прогнозирования поведения системы в аварийных ситуациях, оптимизации насосного оборудования на этапе проектирования, а также для оценки модернизации существующих сетей водоснабжения. Эти результаты способствуют повышению надежности и экономической эффективности систем водоснабжения. Дальнейшие исследования могут быть направлены на разработку модели, учитывающей более сложные факторы, такие как временная динамика работы насосного оборудования, сезонные колебания водопотребления, а также внедрение системы управления на основе искусственного интеллекта для автоматической оптимизации режимов работы насосов.

Список литературы

1. Башкатов Д.Н., Драхлис С.Л., Квашнин Г.П., Сулакшин С.С. *Справочник по бурению скважин на воду*. Москва: Недра; 1979 г., 560 с.

2. Флоринский М.М., Рычагов В.В. *Насосы и насосные станции*. 3-е изд. Москва: Колос; 1967. 387 с.

3. Дерцакян А.К. (ред.), Шпотаковский М.Н., Вояков В.Г., Дерцакян И.А., Зайцев Л.А., Иванов С.А. и др. *Справочник по проектированию магистральных трубопроводов.* Ленинград: Недра; 1977. 519 с.

4. Калицун В.И., Кедров В.С., Ласков Ю.М., Сафонов П.В. *Гидравлика водоснабжение и канализация*. 3-е изд. Москва: Стройиздат; 1980. URL: Книга (дата обращения: 22.02.2025).

5. Баженов В.И., Губий И.Г., Павлинова И.И. *Водоснабжение и водоотведение.* 5-е изд., пер. и доп. Учебник и практикум для академического бакалавриата. Москва: Юрайт; 2016. 453 с**.**

6. *Каталог промышленного оборудования.* Ливенский завод погружных насосов. https://livnasos.pro/ (дата обращения: 21.02.2025).

7. *Centrifugal Pump (IL). Centrifugal Pump in Isothermal Liquid Network. MATLAB Help Center.* https://www.mathworks.com/help/hydro/ref/centrifugalpumpil.html (accessed: 22.02.2025).

8. *Pipe (IL). Rigid Conduit for Fluid Flow in Isothermal Liquid Systems. MATLAB Help Center.* https://www.mathworks.com/help/simscape/ref/pipeil.html (accessed: 22.02.2025).

9. *Check Valve (IL). Check Valve in an Isothermal Liquid System. MATLAB Help Center*. https://www.mathworks.com/help/hydro/ref/checkvalveil.html (дата обращения: 10.12.2024).

10. *T-Junction (IL). Three-Way Junction in an Isothermal Liquid System. MATLAB Help Center*. https://www.mathworks.com/help/hydro/ref/tjunctionil.html (accessed: 22.02.2025).

Об авторах:

Марат Игоревич Азнабаев, студент кафедры автоматизации производственных процессов и производств Донского государственного технического университета (344003, Российская Федерация, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), trtrtr33300@gmail.com

Артем Викторович Кулешов, студент кафедры автоматизации производственных процессов и производств Донского государственного технического университета (344003, Российская Федерация, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), kuleshowvartem09@gmail.com

Конфликт интересов: **авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.**

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

About the Authors:

Marat I. Aznabaev, Bachelor's Degree Student of the Automation of Production Processes Department, Don State Technical University (1, Gagarin Sq., Rostov-on-Don, 344003, Russian Federation), trtrtr33300@gmail.com

Artem V. Kuleshov, Bachelor's Degree Student of the Automation of Production Processes Department, Don State Technical University (1, Gagarin Sq., Rostov-on-Don, 344003, Russian Federation), kuleshowvartem09@gmail.com

Conflict of Interest Statement: **the authors declare no conflict of interest.**

All authors have read and approved the final manuscript.