

УДК 681.518.54

## ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДИК РАСЧЕТА ФОРСУНОК ДЛЯ ДИЗЕЛЕЙ С ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИМ УПРАВЛЕНИЕМ

*И. В. Булько, В. В. Мадорский, Н. Н. Паниотов, Я. С. Поздяков*

Донской государственной технической университет (г. Ростов-на-Дону, Российская федерация)

В работе проведено исследование существующих методик расчет пьезоэлектрических форсунок для дизелей. Актуальность данной работы обусловлена важностью изучения электрофизических процессов, возникающих в пьезоэлектрическом приводе топливной форсунки, способов реализации формирования управляющего сигнала пьезопривода, разработки и исследования различных алгоритмов и методов расчета для получения максимального механического смещения в пьезоприводе.

**Ключевые слова:** форсунка, пьезокерамика, обратный пьезоэффект, микроперемещение, пьезоактюатор, статические и динамические характеристики.

## RESEARCH OF METHODS FOR CALCULATING INJECTORS FOR DIESEL ENGINES WITH PIEZOELECTRIC CONTROL

*I. V. Bulko, V. V. Madorskiy, N. N. Paniotov, Ya. S. Pozdyakov*

Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation)

The article studies the existing methods of calculation of piezoelectric injectors for diesel engines. The relevance of this work is determined by its focus on the study of electrophysical processes that occur in the piezoelectric drive of the fuel injector, ways to implement the principles of forming the control signal of the piezo drive, as well as the development and research of various algorithms and calculation methods to obtain the maximum mechanical displacement in the piezo drive.

**Keywords:** injector, piezoceramic, reverse piezoelectric effect, micro-displacement, piezoactuator, static and dynamic characteristics.

**Введение.** Современное стремительное развитие технологий способствует открытию более практичных и экологически чистых изобретений. Производители дизельных топливных систем постоянно совершенствуют свои агрегаты. Раньше управление форсунок происходило механически. Затем появились электрические элементы в управлении топливной системы. Это позволило более точно контролировать и управлять системой впрыска. Однако сами форсунки все равно оставались механическим изделием. Скорость их срабатывания зависела от параметров динамичности работы этих механических узлов.

Для решения поставленных практикой задач необходимо было увеличить скорость срабатывания управляющих и исполнительных механизмов форсунки. С этой целью и была сконструирована пьезокерамическая форсунка, которая работает в четыре раза быстрее традиционной электромагнитной.

Пьезопреобразователи (пьезоактюаторы) имеют высокие величины пьезомодулей, поэтому широко применяются для нано-перемещений. Они работают на основе обратного пьезоэффекта, в котором результат перемещения достигается после приложения электрического напряжения за счет деформации пьезопреобразователя в диапазоне от единиц нанометров до единиц микрометров с погрешностью в пределах десятых долей нанометров [1–3]. Для увеличения диапазона перемещения пьезоактюатора до десятков микрометров используется составной пьезопреобразователь.

В абсолютном большинстве случаев расчет динамических характеристик пьезопреобразователя при нестационарном воздействии проводился на основе статических механических деформаций и электрических полей при следующих допущениях [1–3]:

- предполагается поршневое движение торцов преобразователя или рассматривается только одномерная пространственная задача [4];
- расчет электрического поля в пьезопреобразователе проводится на основе известных формул плоского конденсатора [5];
- исследуемый преобразователь имеет бесконечные размеры вдоль радиальной составляющей или его нестационарные колебания не зависят от радиуса.

Цель настоящей работы — исследовать как статические, так и динамические характеристики пьезоактюатора для пространственной нестационарной краевой задачи с учетом волновых процессов в пьезокерамике при выполнении граничных условий не только на лицевых поверхностях или торцах пьезопреобразователя, но и на его внешних цилиндрических поверхностях.

Решение волнового уравнения, с учетом соответствующего уравнения пьезоэффекта, граничных условий на двух нагруженных рабочих торцевых поверхностях пьезопреобразователя механически и электрически свободных цилиндрических поверхностях, позволяет построить уточненную структурно-параметрическую модель пьезопреобразователя с учетом волновых процессов. На ее основе могут быть получены более точные передаточные функции и определены статические и динамические характеристики пьезоактюатора.

Для полноты решения данной краевой задачи необходимо рассмотреть суперпозицию двух типов колебаний в пьезопреобразователе:

- нестационарные толщинные колебания пьезокерамического слоя;
- нестационарные радиальные колебания в пьезокерамическом диске.

**Толщинные колебания пьезокерамического слоя.** Рассмотрим пьезокерамический слой толщиной  $2h$  с поляризацией параллельно оси  $Oz$  цилиндрической системы координат  $\{r, \theta, z\}$ . Торцы слоя при  $z = \pm h$  полностью покрыты электродами.

Так как предельные разрушающие механические напряжения в пьезокерамике на сжатие в среднем в 10 раз по величине превышают предельные разрушающие напряжения на растяжение, то из соображений прочности целесообразно осуществлять предварительное поджатие  $\sigma$  пьезоэлемента с помощью пружины или мембраны. Усилие предварительного поджатия должно превышать максимальную растягивающую нагрузку, чем обеспечивается гарантированное рабочее сжатие пьезоэлемента.

При мгновенном нагружении пьезослоя в момент времени  $t=0$  постоянной разностью электрического потенциала  $2V_0$  и внешними нормальными к торцам механическими воздействиями  $\sigma$  рассматриваемая задача является одномерной по пространственным координатам и сводится к интегрированию систем уравнений движения и электростатики [4]

$$T_{33,z} = \rho W_{,tt} ; D_{,z} = 0 \quad (1)$$

и линейным пьезоэлектрическим соотношениям

$$T_{33} = c_{33} W_{,z} + e_{33} \varphi_{,z} \quad D_{,z} = e_{33} W_{,z} - \varepsilon_{33} \varphi_{,z} \quad (2)$$

Для рассматриваемого слоя начальные и граничные условия для системы уравнения (1) следующие:

$$\text{при } t=0 \quad W(z, 0) = W_{,t}(z, 0) = 0; \quad (3)$$

$$\text{при } z=\pm h \quad \varphi = \pm V_0; T_{33} = \sigma. \quad (4)$$

Здесь и далее введены следующие обозначения:  $T_{33}$  и  $W$  — механические напряжения и смещения вдоль оси  $Oz$ ;  $D$  и  $\varphi$  — электрические смещения и потенциал;  $\rho$  — плотность;  $c_{ij}$ ,  $e_{ij}$ ,  $\epsilon_{33}$  — модули упругости измеренные в режиме короткого замыкания, пьезоконстанты и диэлектрическая постоянная при постоянной деформации соответственно. Нижней индекс после запятой обозначает дифференцирование по данному индексу.

Для решения поставленной нестационарной задачи применимо преобразование Лапласа [5]. Введем для механического перемещения и электрического потенциала изображения по Лапласу

$$W^L(z, p) = \int_0^\infty W(z, t) e^{-pt} dt; \varphi^L(z, p) = \int_0^\infty \varphi(z, t) e^{-pt} dt.$$

Система уравнений (1) в области изображений по Лапласу с учетом нулевых начальных условий (3) можно записать в следующем виде

$$W_{,zz}^L = \frac{p^2}{v^2} W^L; \varphi_{,33}^L = \frac{e_{33}}{\epsilon_{33}} W_{,33}^L, \tag{5}$$

где  $v$  — скорость пьезоэлектрической волны вдоль оси поляризации, равная  $v = (c_{33}/(\rho(1 - k_t^2)))^{0.5}$ ;  $p$  — параметр преобразования по Лапласу,  $k_t^2$  — толщинный коэффициент электромеханической связи [6], равный  $1 c_{33}/c_{33}^D$ , где упругий модуль  $c_{33}^D$  измерен в режиме холостого хода.

Решение нестационарной краевой задачи (4, 5) по Лапласу имеет вид

$$W^L(z, p) = A \operatorname{sh}\left(\frac{pz}{v}\right); \varphi^L(z, p) = \frac{e_{33}}{\epsilon_{33}} A \operatorname{sh}\left(\frac{pz}{v}\right) + Kz; \tag{6}$$

$$A = (e_{33}V_0 - h\sigma)/(c_{33}^D p\Delta); \Delta = k_t^2 \operatorname{sh}\left(\frac{ph}{v}\right) - \frac{ph}{v} \operatorname{ch}\left(\frac{ph}{v}\right);$$

$$K = (\sigma e_{33}/\epsilon_{33} \operatorname{sh}(ph/v) - V_0(p/v) c_{33}^D \operatorname{ch}(ph/v))/(c_{33}^D p\Delta).$$

Для нахождения оригиналов для механического смещения  $W(z, t)$  и электрического потенциала  $\varphi(z, t)$  воспользуемся известной формулой обратного преобразования Лапласа или для нахождения оригиналов воспользуемся теорией вычетов [5].

В итоге получим окончательные выражения:

$$W(z, t) = -\zeta \frac{e_{33}V_0 - h\sigma}{c_{33}} + 2(1 - k_t^2) \sum_{n=1}^\infty \frac{(e_{33}V_0 - h\sigma)}{c_{33}\beta\nabla} \sin(\beta\zeta) \cos(\beta\tau); \tag{7}$$

$$\varphi = \zeta V_0 + 2 \sum_{n=1}^\infty \frac{V_0(k_t^2 \sin(\beta\zeta) - \beta\zeta \cos(\beta)) + h\sigma\Delta_1 k_t^2 / e_{33}}{\beta\nabla} \cos(\beta\tau),$$

где  $\beta = \frac{ph}{v}$  — корни уравнения  $\Delta = 0$ ;  $\nabla = (k_t^2 - 1)ch(\beta) - \beta sh(\beta)$ ;  $\zeta = \frac{z}{h}$ ;  $\Delta_1 = \zeta sh(\beta) - sh(\beta\zeta)$ ;  $\tau = vth^{-1}$ .

Для расчета нестационарных колебаний в радиальном колеблющемся пьезоэлектрическом диске потребуется следующее интегральное выражение распределенной нагрузки  $F$

$$F = \int_0^h T_{rr}(z, t) dz = c_{13}W(h, t) - e_{31}V_0 \tag{8}$$

**Нестационарные колебания в радиальном колеблющемся пьезоэлектрическом диске.**

Рассмотрим нестационарный режим возбуждения пьезокерамического элемента в форме диска, торцы которого полностью покрыты электродами, электрически короткозамкнуты и свободны от внешних механических усилий. Толщина диска  $2h$  значительно меньше его диаметра  $2a$  и поэтому можно считать, что компоненты тензора механического напряжения, кроме  $T_{rr}$ ,  $T_{\theta\theta}$  и электрический потенциал  $\varphi$  равны нулю во всем объеме диска.

Используя уравнения пьезоэффекта [4] в цилиндрической системе координат, определим с учетом вышеуказанных предположений составляющую деформации  $S_{33}$  и компоненты механических напряжений:

$$S_{33} = U_{3,z} = s_{13}(T_{rr} + T_{\theta\theta}); \tag{9}$$

$$T_{rr} = c_{11}^p \left( U_{1,r} + \vartheta \frac{U_1}{r} \right); T_{\theta\theta} = c_{11}^p \left( \vartheta U_{1,r} + \frac{U_1}{r} \right).$$

В (9) введены следующие обозначения:  $U_1, U_3$  — механические смещения диска вдоль осей  $r, z$  соответственно;  $s_{ij}$  — модули гибкости, измеренные в режиме короткого замыкания;  $\vartheta$  — коэффициент Пуассона;  $c_{11}^p = (s_{11}(1 - \vartheta^2))^{-1}$ .

Из соотношений (9) видно, что для определения компонент механических перемещений и напряжений необходимо определить составляющую  $U_1$ , которая для рассматриваемой задачи является решением волнового уравнения

$$U_{1,rr} + \frac{1}{r} U_{1,r} - \frac{U_1}{r^2} = \gamma^{-2} U_{1,tt}, \quad (10)$$

где  $\gamma = (c_{11}^p \rho^{-1})^{0,5}$  — скорость звуковой волны в радиальном направлении.

Преобразованное по Лапласу уравнение (10) дает решение

$$U_1^L = B I_1 \left( \frac{pr}{\gamma} \right), \quad (11)$$

где  $I_0, I_1$  — модифицированные функции Бесселя нулевого и первого порядка соответственно.

Неизвестная константа  $B$  определяется из граничного условия при  $r=a$  с учетом выражения (8) для  $F$

$$\int_0^h T_{rr}(a, t) dz = -F. \quad (12)$$

Окончательно, с учетом (9, 11, 12), получим выражение в изображениях по Лапласу для механического смещения  $U_3$ :

$$B = -aF (hc_{11}^p \Delta_2)^{-1}; \Delta_2 = \frac{pa}{\gamma} I_0 \left( \frac{pa}{\gamma} \right) - (1 - \vartheta) I_1 \left( \frac{pa}{\gamma} \right) \quad (13)$$

$$U_3^L = -s_{13}(1 + \vartheta) \zeta \frac{Fpa}{v\Delta_2} I_0 \left( \frac{pr}{\gamma} \right).$$

Оригинал механического перемещения  $U_3(z, t)$  находим, используя теорему о вычетах. Полюса функции находятся из уравнения

$$\epsilon J_0(\epsilon) - (1 - \vartheta) J_1(\epsilon) = 0, \quad (14)$$

где  $J_0, J_1$  — функции Бесселя первого рода. Корни уравнения (14)  $\epsilon = j \frac{pa}{\gamma}$  имеют простые полюса  $p_n = \mp j \epsilon_n \frac{\gamma}{a}$ , где  $n=1, 2, 3 \dots$

Используя полученные полюса, можно найти оригинал механического перемещения

$$U_3(r, z, t) = -s_{13}(1 + \vartheta) \zeta F \sum_{n=1}^{\infty} \Delta_3^{-1}(\epsilon_n) J_0 \left( \frac{\epsilon_n r}{\gamma} \right) \cos \left( \epsilon_n \frac{\gamma t}{a} \right) \quad (15)$$

$$\Delta_3(\epsilon_n) = (1 - \vartheta^2 - \epsilon_n^2) J_1(\epsilon_n).$$

**Численный анализ.** Используя выражения (8, 15), можно рассчитать временную форму колебаний механических перемещений и электрического потенциала в любой точке  $r$  на лицевых поверхностях диска, а также их мгновенные профили в фиксированных моментах времени.

Рассмотрим пьезокерамический диск из керамики PZT4 толщиной 0,5 мм, радиуса 20 мм и плотностью 7500 кг/м<sup>3</sup>. Значения постоянных керамики взяты из работы [4]. Выражения (8, 15) указывают, что суммарное смещение  $W_{\Sigma} = W(z, t) + U_3(r, z, t)$  вдоль оси  $Oz$  является суперпозицией двух составляющих: первая — статическое смещение  $\zeta \frac{e_{33} V_0 - h \sigma}{c_{33}}$ , вторая — в виде рядов имеет волновой характер. При расчетах принималось  $V_0 = 100$  В,  $\sigma = -5 \cdot 10^6$  Па. Количество членов в рядах для выражений (8, 15) принималось равное 20. Численные результаты для суммарного относительного механического перемещения  $W_{\Sigma} c_{33} (V_0 e_{33})^{-1}$ , в зависимости от времени, представлены на рис. 1 для сечения  $z=h$  для моментов времени  $0 \leq \tau \leq 8$  с шагом 0,0015.

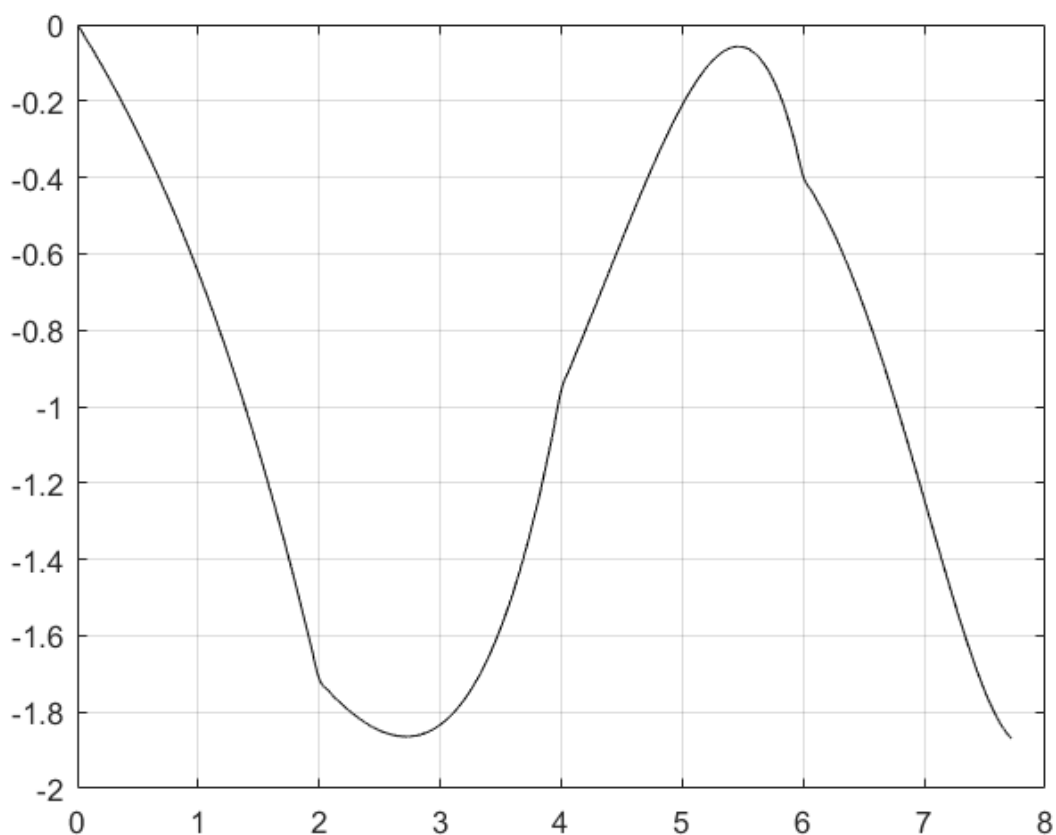


Рис. 1. Зависимость перемещения  $W_z$  от времени  $\tau$

Как следует из численных расчетов, характерной особенностью в расчетах динамических характеристик рассмотренного пьезопреобразователя для форсунок, по сравнению с существующими методиками, является наличие волнового характера мгновенных значений величин механического перемещения и электрического потенциала. Ошибка в расчетах превышает 40–50 %, по сравнению с их статическими значениями.

**Выбор материала и основные характеристики пьезоактюатора.** Наряду с быстродействием качество работы пьезоактюатора длиной  $L$  характеризуется максимальным удлинением или механическим смещением вдоль оси  $Oz$ . В настоящей работе оценивалось влияние на получение максимального смещения каждого из характеристик пьезоактюатора в отдельности: модуля упругости  $c_{33}$ , пьезомодуля  $d_{33}$ , длины и площади, а также плотности  $\rho$  и коэффициента Пуассона пьезокерамики.

Численный анализ показал, что для получения максимального смещения необходимо:

- максимальные значения следующих параметров: длина  $L$ , модуль  $c_{33}$ , пьезомодуль  $d_{33}$ , приложенное электрическое напряжения  $V_0$ , площадь или диаметр  $2a$ ;
- толщина  $2h$  пьезоэлемента должна быть минимальной.

Плотность  $\rho$  в пределах существующей пьезокерамики практически не влияет на получения максимального смещения.

Все рассмотренные свойства связаны друг с другом и при выборе определенного типа керамики они могут неоднозначно менять свойства пьезоактюатора, улучшая одни параметры и ухудшая другие.[10]

Поэтому при выборе материала оптимальной пьезокерамики необходимо в первую очередь следовать следующему правилу: её гидростатический пьезомодуль  $d_h = d_{33} + 2d_{31}$  должен быть максимален.

**Заключение.** В настоящей работе разработан метод расчета линейных перемещений пьезопреобразователя для непосредственной оценки статического и динамического режимов работы пьезоактюатора при применении как постоянного, так и импульсного управления пьезоприводом форсунки. Представлен метод подбора пьезокерамики с оптимальными характеристиками для использования его в пьезоприводе клапанов форсунок.

Теоретическое исследование математической модели пьезоактюатора для форсунок дизельных двигателей проводилось с использованием основных физико-математических законов, алгебраических и дифференциальных уравнений. Математическая модель реализована в виде математических расчетов в пакетах прикладных программ MATLAB, что позволило выполнить моделирование работы пьезопривода при различных начальных условиях, изменяя значения параметров пьезокерамических материалов и условий работы пьезопривода. Это в дальнейшем дает возможность моделировать работу пьезопривода для различных конструктивных решений топливной форсунки.

Проведено сравнение численных результатов, полученных в настоящей работе, с другими известными методиками расчетов линейных перемещений пьезоактюатора.

#### Библиографический список

1. Макушев, Ю. П. Расчетные исследования форсунок дизелей с пьезоэлектрическим управлением / Ю. П. Макушев, Л. Ю. Волкова // Омский научный вестник. — 2017. — №1. — С. 17–21.
2. Стрелец, Ю. А. Определение величины перемещения пьезопривода форсунки / А. А. Стрелец // Электротехника і Електромеханіка. — 2011. — №6. — С. 39–41.
3. Афонин, С. М. Исследование динамических характеристик многослойных пьезоактюаторов нано-микроскопических перемещений / С. М. Афонин // Электричество. — 2016. — №1. — С. 49–54.
4. Митько, В. Н. Математическое моделирование физических процессов в пьезоэлектрическом приборостроении / В. Н. Митько, Ю. А. Крамаров, А. А. Панич. — Ростов-на-Дону : Изд-во ЮФУ, 2009. — 240 с.
5. Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники / Л. А. Бессонов. — Москва : Юрайт, 2013. — 303 с.
6. Богуш, М. В. Проектирование пьезоэлектрических датчиков на основе пространственных электротермоупругих моделей / М. В. Богуш. — Москва : Техносфера, 2014. — 312 с.
7. Плескунов, Ю. А. Операционное исчисление : учебное пособие. / Ю. А. Плескунов. — Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2014. — 143 с.
8. ОСТ 11.0444–87 Материалы пьезокерамические. Технические условия / Центральный государственный фонд стандартов и технических условий. — Москва : Электростандарт, 1987. — 141 с.
9. Мадорский, В. В. Исследование методик определения констант поляризованной пьезокерамики / В. В. Мадорский, В. Н. Митько // Вестник Донского государственного технического университета. — 2014. — Т. 14, № 2(77). — С. 36–45.



10. Мадорский, В. В. Исследование методик определения констант поляризованной пьезокерамики (часть II) / В. В. Мадорский // Вестник Донского государственного технического университета — 2017. — Т. 17, № 4. — С. 14–21. <https://doi.org/10.23947/1992-5980-2017-17-4-14-21>

*Об авторах:*

**Булько Иван Викторович**, магистрант кафедры «Электротехника и электроника» Донского государственного технического университета (344000, РФ, г. Ростов–на–Дону, пл. Гагарина,1), [Ivan bulko@mail.ru](mailto:Ivan_bulko@mail.ru)

**Мадорский Виктор Вениаминович**, доцент кафедры «Электротехника и электроника» Донского государственного технического университета (344000, РФ, г. Ростов–на–Дону, пл. Гагарина,1), кандидат физико–математических наук, доцент, [epohrbats@gmail.com](mailto:epohrbats@gmail.com)

**Паниотов Николай Николаевич**, магистрант кафедры «Электротехника и электроника» Донского государственного технического университета (3444000, РФ, г. Ростов–на–Дону, пл. Гагарина,1)

**Поздяков Ярослав Сергеевич**, магистрант кафедры «Электротехника и электроника» Донского государственного технического университета (344000, РФ, г. Ростов–на–Дону, пл. Гагарина,1), [Yarik\\_1295@mail.ru](mailto:Yarik_1295@mail.ru)

*Authors:*

**Bulko, Ivan V.**, master's degree student of the Department of Electrical Engineering and Electronics, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344000, RF), [bulko@mail.ru](mailto:bulko@mail.ru)

**Madorskiy, Viktor V.**, associate professor of the Department of Electrical Engineering and Electronics, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344000, RF), Cand.Sci., associate professor, [epohrbats@gmail.com](mailto:epohrbats@gmail.com)

**Paniotov, Nikolay N.**, master's degree student of the Department of Electrical Engineering and Electronics, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344000, RF)

**Pozdyakov, Yaroslav S.**, master's degree student of the Department of Electrical Engineering and Electronics, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344000, RF), [Yarik\\_1295@mail.ru](mailto:Yarik_1295@mail.ru)