

УДК 624.04

РАСЧЕТ ПЛИТЫ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ НА ОСНОВЕ РАЗЛИЧНЫХ МОДЕЛЕЙ ГРУНТА

Д. О. Донскова

Донской государственный технический университет (г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация)

Проведено сравнение результатов расчета грунтового основания согласно моделям Винклера и Пастернака. В пакете программ MATLAB и ANSYS осуществлен расчет длинной прямоугольной равномерно нагруженной пластины, опирающейся всей своей поверхностью на упругое основание и шарнирно опертой по краям. По результатам расчетов построены графики прогибов и изгибающих моментов. Установлено сходство результатов, полученных в программной системе ANSYS, с моделью расчета грунтового основания, предложенной Винклером.

Ключевые слова: упругое основание, прямоугольная пластина, модель Винклера, линейная осадка, модель Пастернака, коэффициент постели.

CALCULATION OF A SLAB ON AN ELASTIC FOUNDATION BASED ON VARIOUS GROUND MODELS

D. O. Donskova

Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation)

The article compares the results of calculation of a ground foundation according to the Winkler model and the Pasternak model. The calculation is made for a long rectangular slab, uniformly loaded, resting its entire surface on an elastic base and pivotally supported at the edges in the Matlab and the ANSYS software. Based on the results, graphs of deflections and bending moments are constructed. The similarity of the results obtained in the ANSYS with the model for calculating the ground foundation proposed by Winkler is established.

Keywords: Elastic base, rectangular slab, Winkler model, linear settlement, Pasternak model, coefficient of subgrade resistance.

Введение. Для решения задачи изгиба балки и плиты на упругом основании необходимо ввести предположение о зависимости между реактивным отпором и осадкой поверхности основания $w(x)$. Эта зависимость характеризует расчетную схему или модель основания. Учеными и инженерами в разное время предложено несколько моделей упругого основания. Наиболее простой и широко применяемой на практике является модель, предложенная немецким ученым Е. Винклером [1]. В этой модели зависимость между реактивным отпором основания и осадкой его поверхности предполагается линейной и в задачах расчета балок на упругом основании записывается в следующем виде:

$$p = kw. \quad (1)$$

В модели Пастернака реакции упругого основания по длине балки постоянны и определяются аналогично винклеровскому расчету. В рассматриваемом случае функция осадки не должна претерпевать разрыва у концов балки, как это предопределяется гипотезой коэффициента постели.

Работа упругого основания за пределами балки описывается однородным дифференциальным уравнением [2]:

$$-2tw'' + kw - q = 0. \quad (2)$$

Формулы для определения параметров k и t при известной толщине грунтового массива имеют вид [3]:

$$k = \frac{E_0 \delta}{H(1-\nu_0^2)}. \quad (3)$$

$$t = \frac{E_0 \delta H}{12(1+\nu_0)}. \quad (4)$$

Для задачи плоской деформации упругого основания постоянные E_0 и ν_0 определяются по формулам: $E_0 = \frac{E_{гр}}{1-\nu_{гр}^2}$, $\nu_0 = \frac{\nu_{гр}}{1-\nu_{гр}}$, где $E_{гр}$ и $\nu_{гр}$ — соответственно модуль деформации и коэффициент Пуассона материала основания, δ — ширина пластины, H — высота упругого основания.

Целью работы является сравнение результатов расчета на основе различных моделей грунта.

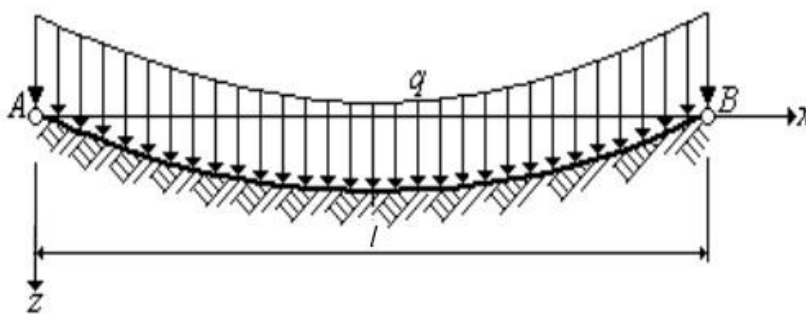


Рис. 1. Расчетная схема длинной прямоугольной пластины, равномерно нагруженной, опирающейся всей своей поверхностью на упругое основание и жестко опертой по краям

Постановка и методика решения задачи. Рассматривается длинная прямоугольная пластина, нагруженная равномерно распределенной нагрузкой, опирающаяся всей своей поверхностью на упругое основание и шарнирно неподвижно опертая по краям (рис. 1). Вырезав из пластины элементарную балку-полосу, ее можно рассматривать как балку на упругом основании. При этом полагают, что балка-полоса уложена на постель из материала, способного сопротивляться как силам, действующим вниз, так и силам, действующим вверх.

Дифференциальное уравнение четвертого порядка, описывающее изгиб балки-полосы на Винклеровом основании, имеет вид:

$$D \frac{d^4 w}{dx^4} = q - kw, \quad (5)$$

где $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ — цилиндрическая жесткость, h — толщина пластины.

При использовании модели Пастернака дифференциальное уравнение принимает вид:

$$D \frac{d^4 w}{dx^4} - 2t \frac{d^2 w}{dx^2} = q - kw. \quad (6)$$

Изгибающий момент связан с прогибом формулой:

$$M_x = -D \frac{d^2 w}{dx^2}. \quad (7)$$

На левом конце балки отсутствует вертикальное смещение $w(0)=0$ и изгибающий момент $w''(0)=0$. Аналогично на правом конце $w(l)=0$ и $w''(l)=0$.

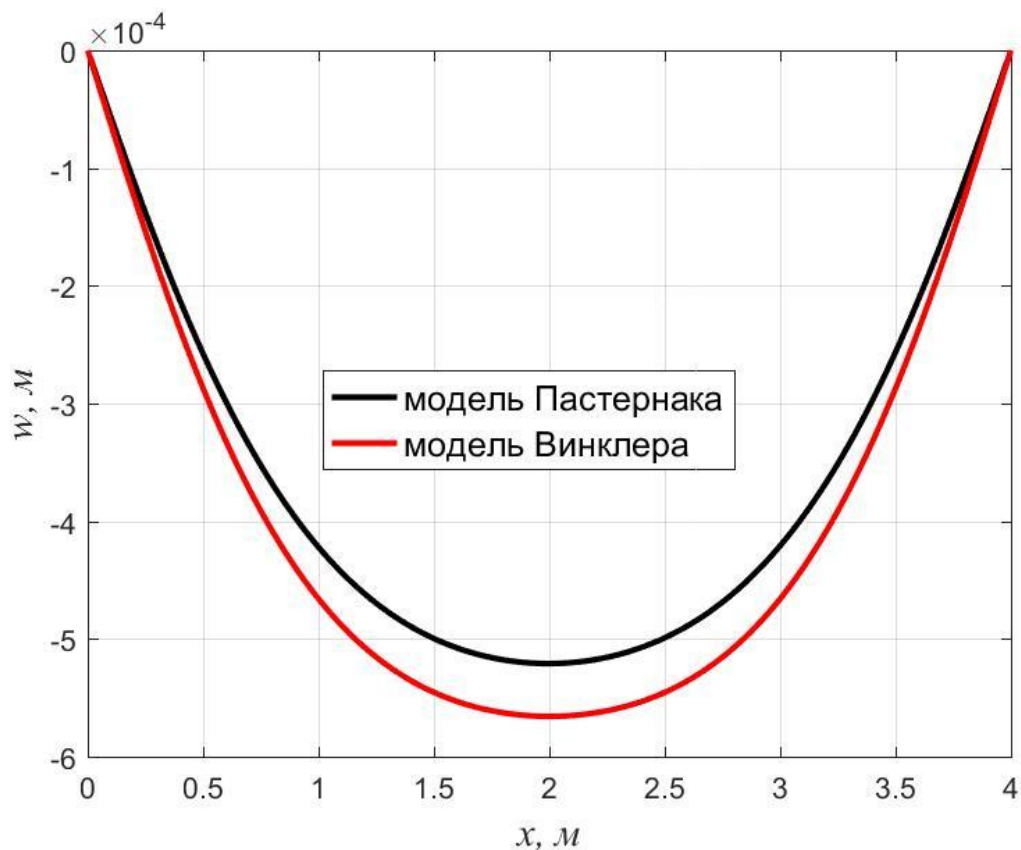


Рис. 2. Графики прогибов для пластины, полученные в ПК Matlab

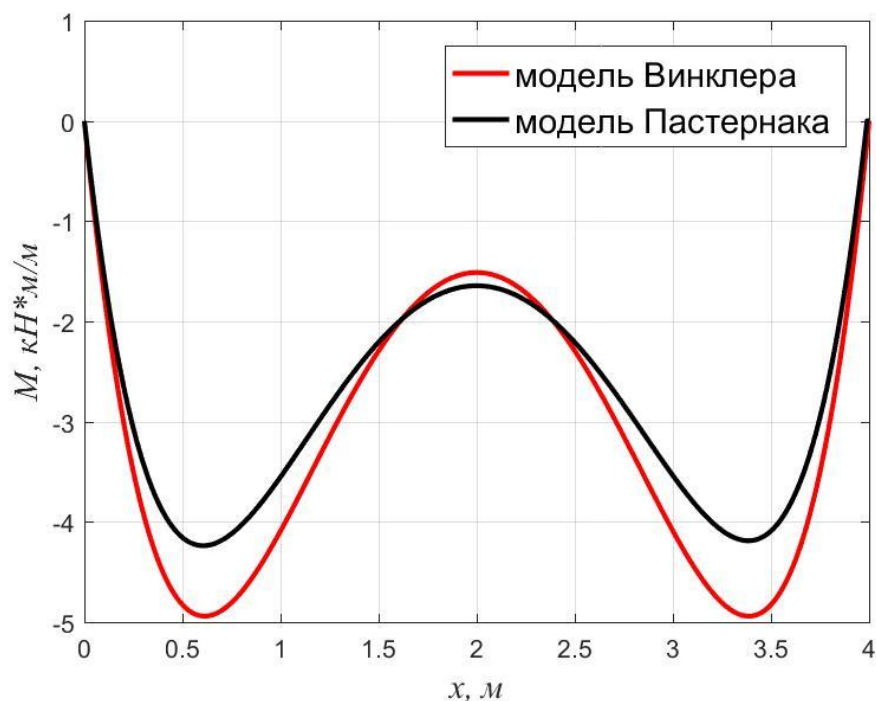


Рис. 3. Графики моментов для пластины, полученные в ПК Matlab

Максимальный прогиб по Винклеру составил $5,66 \cdot 10^{-4}$ м, по Пастернаку — $5,21 \cdot 10^{-4}$ м. Отличие составляет 7,95 %. Максимальный изгибающий момент по Винклеру равен $4,94 \cdot 10^{-4}$ м, по Пастернаку — $4,24 \cdot 10^{-4}$ м. Расхождение составляет 14,17 %.

Для контроля выполнялся расчет в ПК ANSYS в двумерной постановке. Грунт моделировался четырехугольными конечными элементами Plane 182, а плита — балочными КЭ Beam3 [5]. Результаты расчета представлены на рис. 4–5.

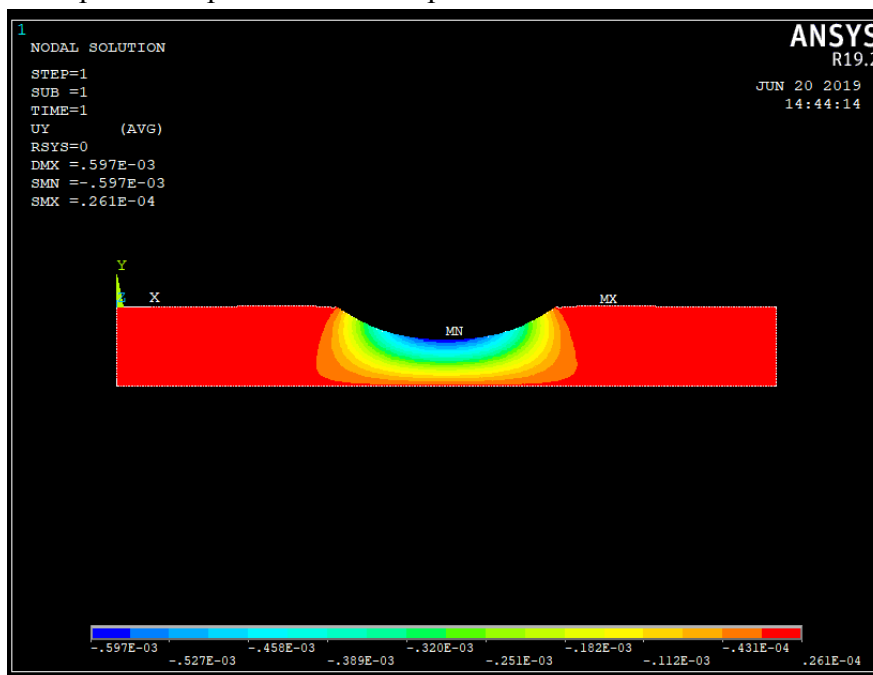


Рис. 4. Изополя вертикальных перемещений пластины, полученные в ПК ANSYS

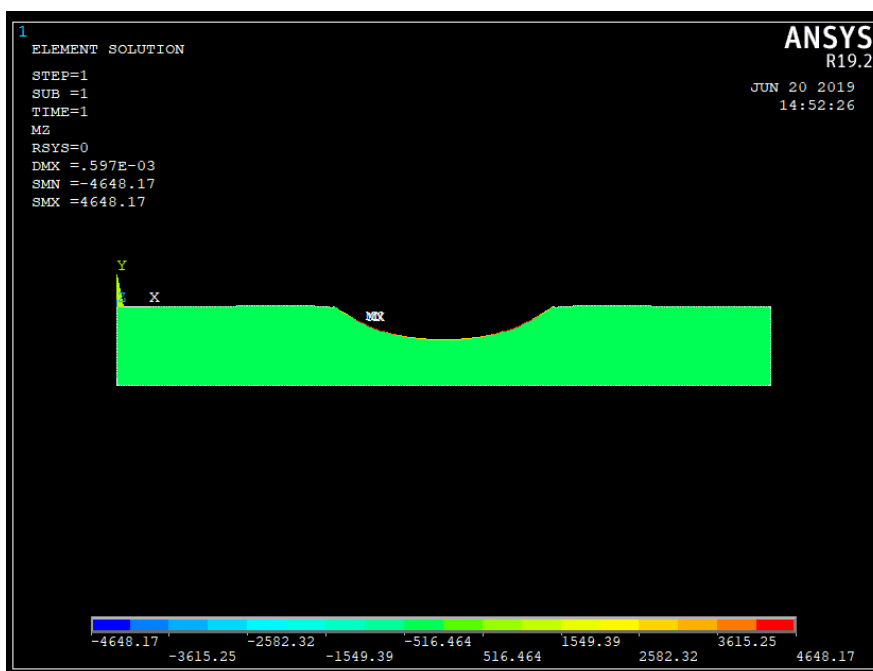


Рис. 5. Изополя изгибающих моментов в пластине, полученные в ПК ANSYS

Выводы. Из представленных графиков и изополей видно, что результаты расчета грунтового основания по модели Винклера ближе по значениям к результатам, полученным в ПК ANSYS. Отличие между Винклеровским расчетом и ПК ANSYS составило 5 % по максимальным прогибам и 6 % по изгибающим моментам. Однако, нельзя утверждать, что модель Винклера всегда целесообразно использовать для получения достоверных результатов. Выбор метода расчета должен учитывать характер приложенной нагрузки и характеристики грунта основания. Главное преимущество винклеровской гипотезы в ее простоте. Недостаток же состоит в том, что

она не учитывает тот факт, что поверхность грунта претерпевает осадку не только непосредственно в том месте, где на него оказывается давление, но и в непосредственной близости [6, 7].

Библиографический список

1. Соппротивление материалов с основами теории упругости и пластичности / Г. С. Варданян, В. И. Андреев, Н. М. Атаров, А. А. Горшков: Под ред. Г. С. Варданяна. — Москва : Издательство АСВ, 1995. — 572 с.
2. Пастернак, П. Л. Основы нового метода расчета фундаментов на упругом основании при помощи двух коэффициентов постели / П. Л. Пастернак. — Москва : Госстройиздат, 1954. — 56 с.
3. Власов, В. З. Балки, плиты и оболочки на упругом основании / В. З. Власов, Н. Н. Леонтьев. — Москва : Физматгиз, 1960. — 491 с.
4. Турчак, Л. И. Основы численных методов / Л. И. Турчак, П. В. Плотников. — Москва : Физмалит, 2003. — 304 с.
5. Stolarski, T. Engineering analysis with ANSYS software / T. Stolarski, Y. Nakasone, S. Yoshimoto. — Butterworth-Heinemann, 2018. — 552 p.
6. Горбунов-Посадов, М. И. Расчет конструкций на упругом основании. / М. И. Горбунов-Посадов, Т. А. Маликова. — Москва : Стройиздат, 1973. — 628 с.
7. Колясина, С. А. Исследование влияния вариантов расчета грунтового основания и методов расчета коэффициентов постели на напряженно-деформированное состояние здания / С. А. Колясина, П. И. Егоров // Ученые заметки ТОГУ. — 2014. — Т. 5, №. 2. — С. 21–34.

Об авторах:

Донскова Дарья Олеговна, студент кафедры «Промышленное и гражданское строительство» Донского государственного технического университета (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), Dara.359@yandex.ru

Author:

Donskova, Darya O., Student, Department of Industrial and Civil Engineering, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, RF, 344003), Dara.359@yandex.ru