

УДК 621.7

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ВЕЛИЧИНЫ ДЕФОРМАЦИИ ЗАГОТОВКИ ОТ СИЛ РЕЗАНИЯ ПРИ ТОКАРНОЙ ОБРАБОТКЕ ДЛИННОМЕРНЫХ ВАЛОВ

Аль-Обайди Луаи Мохаммед Раджаб, **М. Е. Попов**

Донской государственной технической университет (г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация)

Представлены результаты исследования влияния сил резания, действующих на вал при обработке на токарном станке, а также итоги изучения влияния жесткости технологической системы на точность формы и размеров заготовки.

Известные из литературы теоретические зависимости были использованы для длинномерных валов. При анализе применялись формулы и их модификации в программе Matlab. Рассматривается вал, вращающийся по часовой стрелке и соприкасающийся с режущим инструментом. Предложенная математическая модель имитирует данный процесс. При этом учитывается влияние опорных элементов, поддерживающих заготовку, и твердости металла на точность обработки вала. Самый важный вывод исследования: изменение точки приложения нагрузки, действующей на вал, влияет на форму поверхности и кривизны оси вала.

Ключевые слова: токарная обработка, вал, Matlab, кривизна, жесткость.

THE SIZE DEPENDENCE MODELING OF THE WORKPIECE DEFORMATION ON THE CUTTING FORCES DURING THE PROCESS OF LONG SHAFTS TURNING

Al-Obaidi Luay Mohammed Rajab, **M. E. Popov**

Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation)

This article presents the results of cutting forces influence, acting on the shaft when machining on a lathe, and the results of the technological system rigidity influence on the accuracy of the work piece's shape and size. The theoretical dependences known from the literature were used not for simple but for long shafts. The analysis was carried out using formulas and their modifications in the Matlab program. The shaft rotating in a clockwise direction and in contact with the cutting tool was considered. The proposed mathematical model imitates this process. The influence of the supporting elements supporting the work piece and the metal rigidity on the accuracy of the shaft processing is taken into account. The most important conclusion of the study: the change in the point of the load application affects the shape of the surface and the curvature of the shaft axis.

Keywords: turning, shaft, Matlab, curvature, rigidity.

Введение. Продольное и вращательное движение токарных станков обеспечивают две основные части. Первая — резец. Этот элемент отвечает за продольное движение суппорта, который перемещает инструмент. Вторая — патрон и шпиндель (трех- или четырехлапчатый). Они поддерживают вращательное движение вала. Когда вал касается режущего инструмента, срезается слой материала и генерируются силы по трем осям (P_x , P_y , P_z), различные вдоль оси вала. Это вызывает его изгиб.

Основная часть. В последние годы проводились исследования с целью разработки экспериментальных и аналитических методов расчета кривизны и распределения сил вдоль оси вала [1–3].

Степень, с которой указанные факторы влияют на жесткость технологической системы, характер кривизны оси и точность размеров вала, зависит от способа установки заготовки вала. Рассмотрим два основных случая установки и закрепления вала:

- с одной стороны в трехкулачковом патроне (рис. 1),
- с двух сторон, в передней и задней бабке (рис. 2).

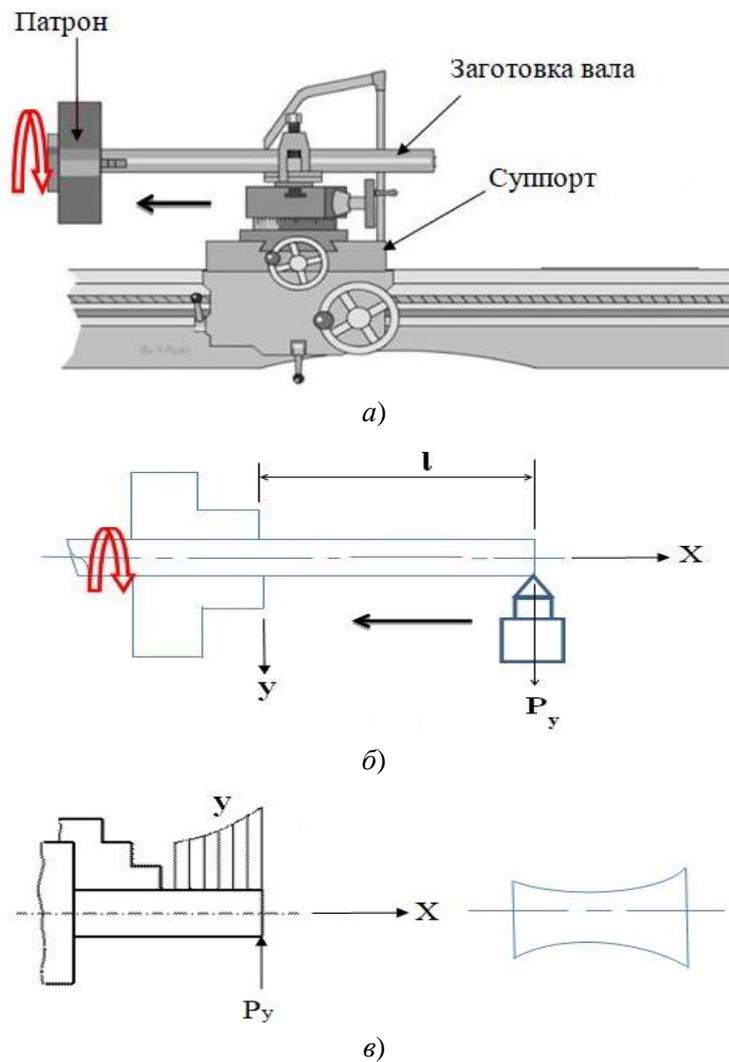
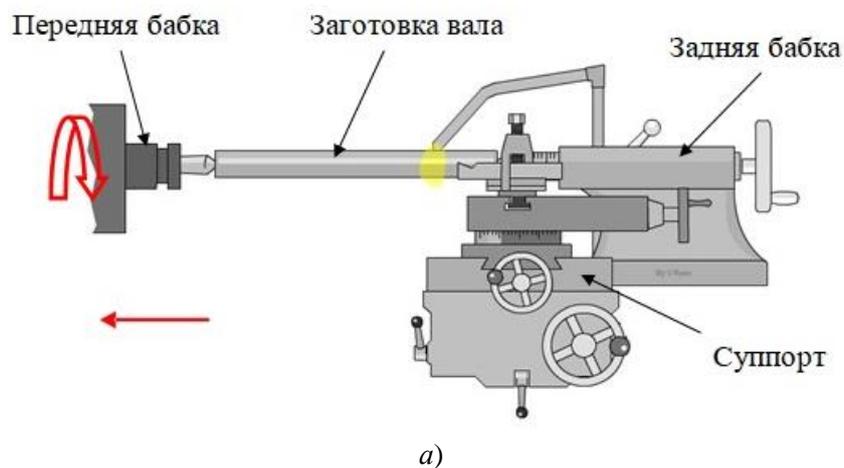


Рис. 1. Схема деформации вала при закреплении в патроне: 3D модель процесса обработки (а); расчетная схема (б); эпюра деформации вала «у» под действием силы P_y (в)



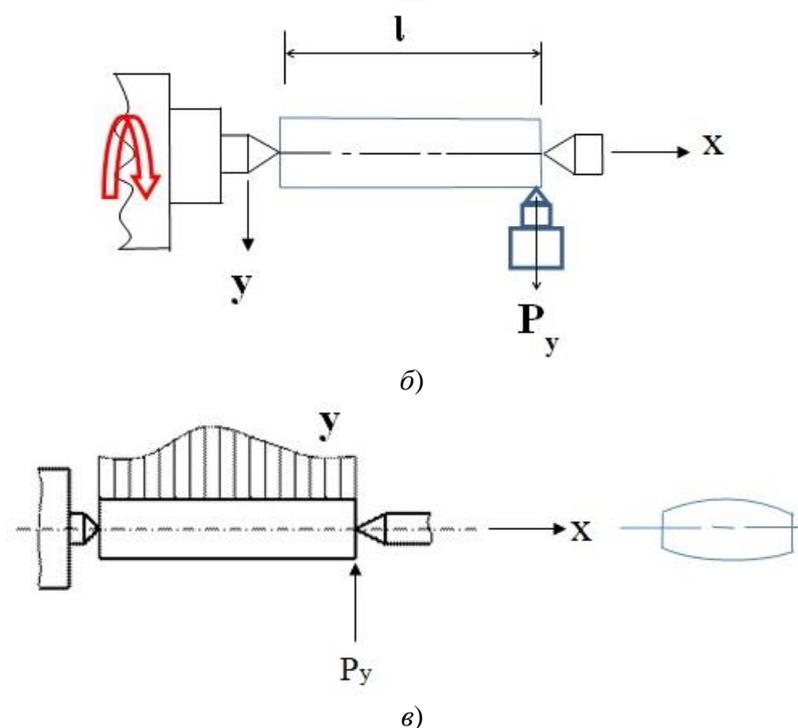


Рис. 2. Схема деформации вала при закреплении в центре: 3D модель процесса обработки (а); расчетная схема (б); эпюра деформации вала «у» под действием силы P_y (в)

Эффект изгиба вала обратно пропорционален жесткости элементов технологической системы. В длинномерных валах этот эффект выражен более ярко, чем в коротких.

Силы резания сильно влияют на реакцию опор вала [4–6] и динамическое поведение технологической системы «вращающийся вал — опоры вала». Характер ее устойчивости можно определить, решив систему уравнений движения и учитывая вид соответствующего графика (прямой или изогнутой).

Проанализируем силы, действующие на вращающийся вал, и его отклонения. Вал расположен между задней и передней бабкой, поэтому решение требует, чтобы между элементами и точками закрепления вала при вращении существовала связь.

Главное движение резания инструмента зависит от горизонтального перемещения вращения вала. Это непрерывное движение вращения по траектории поперечного сечения заготовки с учетом жесткости станка [1]:

$$\frac{1}{j_{ст}} = \frac{1}{j_{суп}} + \left(1 - \frac{x}{l}\right)^2 \frac{1}{j_{п.б}} + \left(\frac{x}{l}\right)^2 \frac{1}{j_{з.б}}, \quad (1)$$

где $j_{ст}$ — жесткость станка, кг/мм; $j_{суп}$ — жесткость заготовки, кг/мм; $j_{п.б}$ — жесткость передней бабки, кг/мм; $j_{з.б}$ — жесткость заднего центра, кг/мм; l — длина заготовки, мм.

Пусть $x = (0, \dots, 400)$ мм; $l = 400$ мм; $j_{суп} = 800$ кг/мм; $j_{п.б} = 1200$ кг/мм; $j_{з.б} = 600$ кг/мм.

Подставив исходные данные в формулу (1), найдем прогиб вала на сторону, как показано на рис. 3.

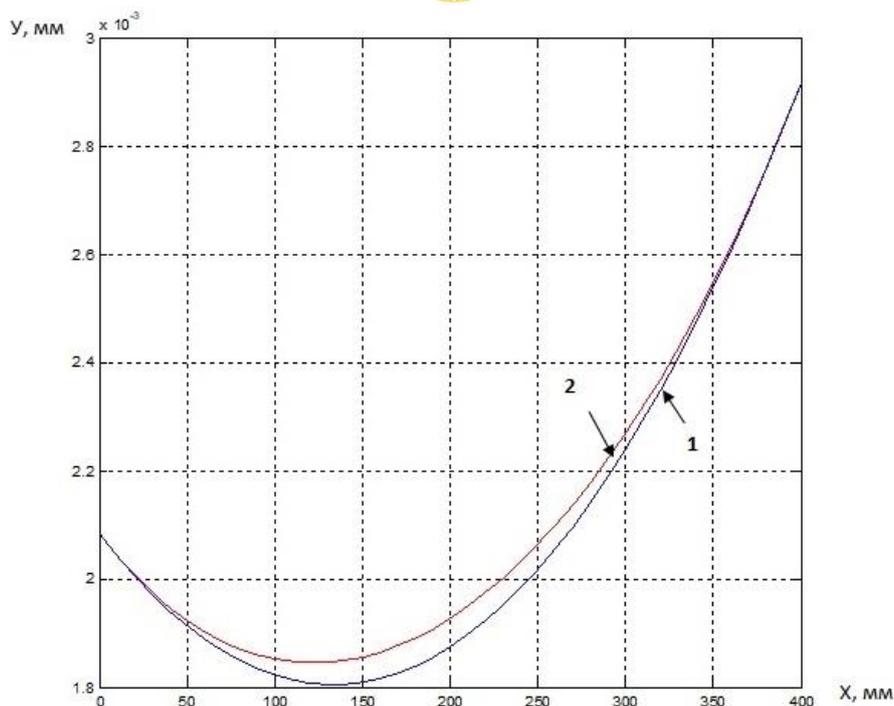


Рис. 3. Характер изгиба на сторону: 1 — по формуле (1); 2 — по формуле (6е)

$$y_{\text{заг}} = P_y l^3 / (48 E J). \quad (2)$$

Здесь P_y — радиальная составляющая силы резания, Н; l — длина заготовки, мм; $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2$ — модуль упругости 2-го рода стального вала; $J = \pi \cdot D^4 / 64$ — момент инерции сечения вала, мм^4 .

Пусть $P_y = (0, \dots, 600) \text{ Н}$; $l = 400 \text{ мм}$; $D = 20_{-0,02} \text{ мм}$; $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2$. Подставив эти данные в формулу (2), получим значения прогиба вала, как показано на рис. 4.

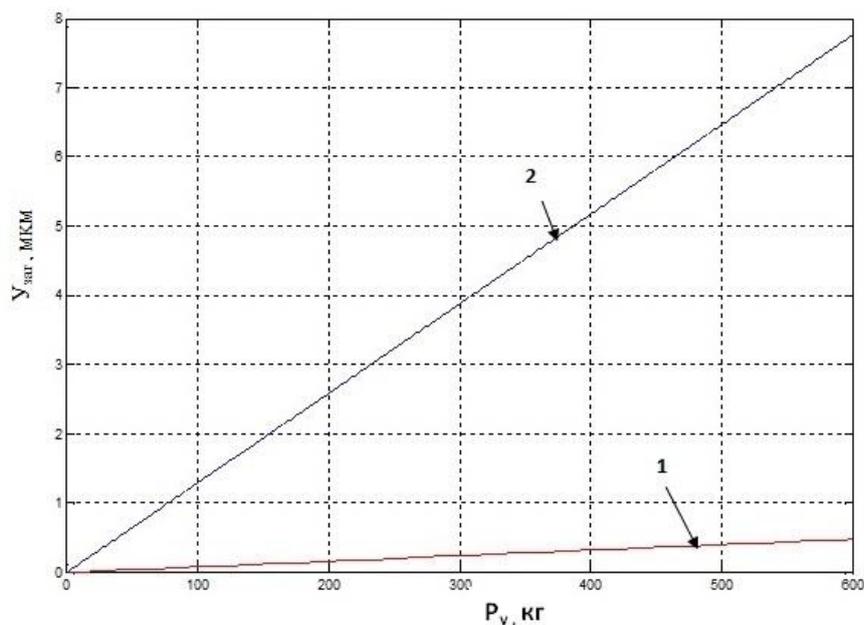


Рис. 4. Деформация вала у при изменении значения P_y в положительном направлении: 1 — по формуле (2); 2 — по формуле (5)

Минимальный диаметр в середине длины заготовки составит:

$$D_c = D + 2 \cdot y_{\text{заг}} = 19,98 + 2 \cdot 0,04 = 20,06 \text{ мм} \gg D_{\text{max}} = 20 \text{ мм}.$$

При использовании формулы (3) получаем зависимость для $j_{\text{заг}}$ — жесткости заготовки, кг/мм:

$$j_{\text{заг}} = 48 E J / l^3, \quad (3)$$

где l = длина заготовки, мм; $E = 2,1 \cdot 10^5$ Н/мм² — модуль упругости 2-го рода стального вала; $J = \pi \cdot D^4 / 64 \approx (0,05D^4)$ — момент инерции сечения заготовки (для круглого вала), мм⁴.

Пусть $l = 400$ мм; $D = 20_{-0,02}$ мм; $E = 2,1 \cdot 10^5$ Н/мм².

Подставив исходные данные в формулу, найдем прогиб вала в середине:

$$j_{\text{заг}} = (48 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 3,14 \cdot 20^4 / 64) / 400^3 = 1,236 \text{ мкм},$$

$$j_{\text{заг}} = (48 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 0,05 \cdot 20^4) / 400^3 = 1,26 \text{ мкм}.$$

Минимальный диаметр в середине длины заготовки:

$$D_c = D + 2 \cdot Y_{\text{заг}} = 19,98 + 2 \cdot 1,236 = 22,452 \text{ мкм}, \quad D_c \gg D_{\text{max}} = 20 \text{ мм},$$

$$D_c = D + 2 \cdot Y_{\text{заг}} = 19,98 + 2 \cdot 1,26 = 22,5 \text{ мкм}, \quad D_c \gg D_{\text{max}} = 20 \text{ мм}.$$

Мы видим большую разницу в результатах [1].

$$j_{\text{заг}} = \frac{3E J l}{[x^2(l-x)^2]}. \quad (4)$$

Можно привести также обратное уравнение:

$$\frac{1}{j_{\text{заг}}} = \frac{x^2(l-x)^2}{3E J l}. \quad (4a)$$

Принимаем $x = (0, \dots, 400)$ мм. Если представить формулу (1) в виде (4a) и заменить $J = \pi \cdot D^4 / 64$, то получим:

$$\frac{1}{j_{\text{заг}}} = \frac{x^2(400-x)^2}{3 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot \pi \cdot D^4 / 64 \cdot 400},$$

где l = длина заготовки, мм; $E = 2,1 \cdot 10^5$ Н/мм² — модуль упругости 2-го рода стального вала; $J = \pi \cdot D^4 / 64$ — момент инерции сечения заготовки (для круглого вала), мм⁴.

Пусть $x = (0, \dots, 400)$ мм; $l = 400$ мм; $D = 20_{-0,02}$ мм; $E = 2,1 \cdot 10^5$ Н/мм². Подставив исходные данные в (4a), найдем прогиб вала в середине (рис. 5).

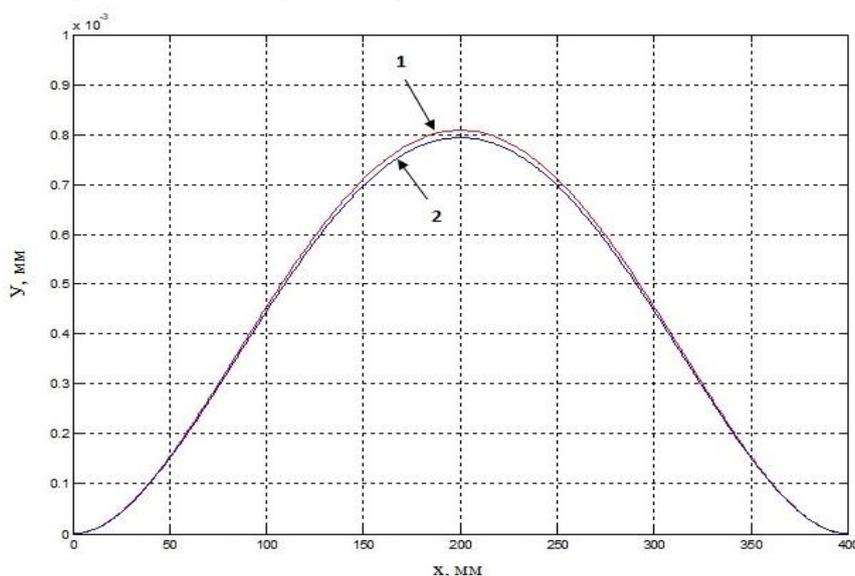


Рис. 5. Изменение значения x в положительном направлении показывает эффект наибольшего изгиба в среднем сечении и на концах вала: 1 — по формуле (4a); 2 — по формуле (4б)

Примем $x = (0, \dots, 400)$ мм. Если представить формулу (1) в виде (4б) и заменить $J = (0,05D^4)$, то получим:

$$\frac{1}{j_{\text{заг}}} = \frac{x^2(l-x)^2}{3E J l}, \quad (4б)$$

$$\frac{1}{j_{\text{заг}}} = \frac{x^2(400-x)^2}{3 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 0,05D^4 \cdot 400}$$

Здесь l — длина заготовки, мм; $E = 2,1 \cdot 10^5$ Н/мм² — модуль упругости 2-го рода стального вала; $J = (0,05D^4)$ — момент инерции сечения заготовки (для круглого вала), мм⁴.

Пусть $x = (0, \dots, 400)$ мм; $l = 400$ мм; $D = 20_{-0,02}$ мм; $E = 2,1 \cdot 10^5$ Н/мм². Подставив исходные данные в формулу (4б), найдем прогиб вала в середине (см. рис. 5). Как видим, изгиб по формуле (4б) больше, чем по формуле (4а).

При расчетах по формуле (5) характер отклонения такой же, как при расчетах по формуле (2).

$$y_{\text{заг}} = P_y l^3 / (3EJ). \quad (5)$$

Здесь P_y — радиальная составляющая силы резания, Н; l — длина заготовки, мм; $E = 2,1 \cdot 10^5$ Н/мм² — модуль упругости 2-го рода стального вала; $J = \pi \cdot D^4 / 64$ — момент инерции сечения вала, мм⁴.

Пусть $P_y = (0, \dots, 600)$ Н; $l = 400$ мм; $D = 20_{-0,02}$ мм; $E = 2,1 \cdot 10^5$ Н/мм². Подставив эти данные в формулу (5), найдем прогиб вала на сторону (см. рис. 4).

Минимальный диаметр в середине длины заготовки:

$$D_c = D + 2 \cdot V_{\text{заг}} = 19,98 + 2 \cdot 0,647 = 21,274 \text{ мм} \gg D_{\text{max}} = 20 \text{ мм}.$$

Объединив выражения (1) и (4), получим новую формулу (6).

$$\frac{1}{j_{\text{стр}}} = \frac{1}{j_{\text{суп}}} + \left(1 - \frac{x}{l}\right)^2 \frac{1}{j_{\text{п.б}}} + \left(\frac{x}{l}\right)^2 \frac{1}{j_{\text{з.б}}} + \frac{1}{j_{\text{заг}}}. \quad (6)$$

Используя программное обеспечение Matlab, построим соответствующий график. При представлении формулы (6) в виде (6а) и (6б) характер диаграммы не меняется (рис. 6).

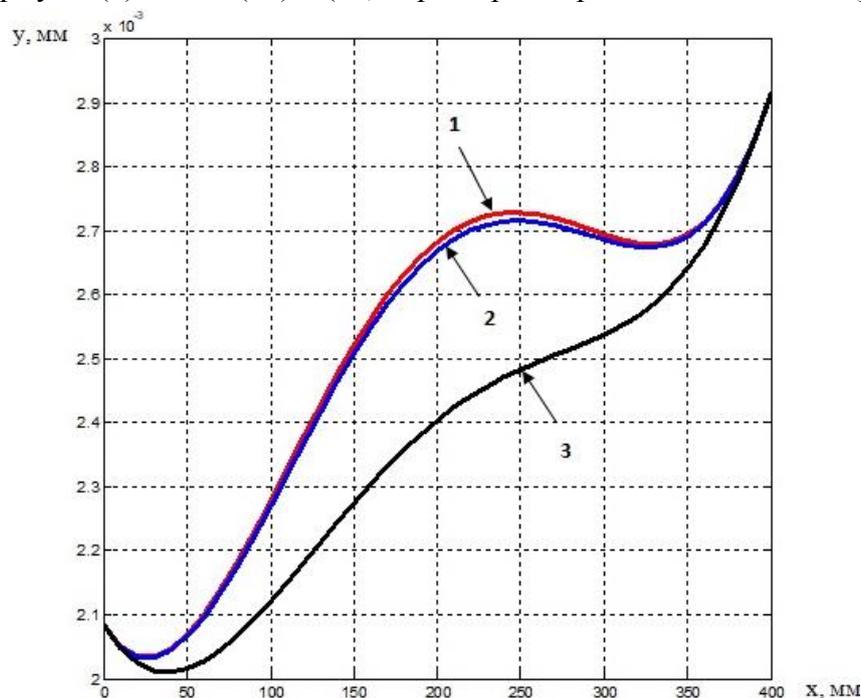


Рис. 6. Изменение значения x в положительном направлении показывает эффект наибольшего изгиба в середине и на концах вала: 1 — по формуле (6а), 2 — по формуле (6б); 3 — по формуле (6с)

Примем $x = (0, \dots, 400)$ мм.

Если представить формулу в виде (6а) и заменить $J = \pi \cdot D^4 / 64$, то получим:

$$\frac{1}{j_{ст}} = \frac{1}{j_{суп}} + \left(1 - \frac{x}{l}\right)^2 \frac{1}{j_{п.б}} + \left(\frac{x}{l}\right)^2 \frac{1}{j_{з.б}} + \frac{1}{j_{зар}}, \quad (6a)$$

где $j_{ст}$ — жесткость станка, кг/мм; $j_{суп}$ — жесткость заготовки, кг/мм; $j_{п.б}$ — жесткость передней бабки, кг/мм; $j_{з.б}$ — жесткость заднего центра, кг/мм; l — длина заготовки, мм.

$$\frac{1}{j_{зар}} = \frac{x^2(l-x)^2}{3EJl}.$$

Здесь $E = 2,1 \cdot 10^5$ Н/мм² — модуль упругости 2-го рода стального вала; $J = \pi \cdot D^4/64$ — момент инерции сечения вала, мм⁴.

Пусть $x = (0, \dots, 400)$ мм; $l = 400$ мм; $j_{суп} = 800$ кг/мм; $j_{п.б} = 1200$ кг/мм; $j_{з.б} = 600$ кг/мм.

Подставив исходные данные в формулу (6a), найдем прогиб вала в середине (см. рис. 6).

Принимаем значения $x = (0, \dots, 400)$ мм.

Если представить формулу в виде (6б) и заменить $J = (0,05D^4)$, получим:

$$\frac{1}{j_{ст}} = \frac{1}{j_{суп}} + \left(1 - \frac{x}{l}\right)^2 \frac{1}{j_{п.б}} + \left(\frac{x}{l}\right)^2 \frac{1}{j_{з.б}} + \frac{1}{j_{зар}}, \quad (6б)$$

где l — длина заготовки, мм.

$$\frac{1}{j_{зар}} = \frac{x^2(l-x)^2}{3EJl}.$$

Здесь $E = 2,1 \cdot 10^5$ Н/мм² — модуль упругости 2-го рода стального вала; $J = (0,05D^4)$ — момент инерции сечения заготовки (для круглого вала), мм⁴.

Пусть $x = (0, \dots, 400)$ мм; $l = 400$ мм; $D = 20_{-0,02}$ мм; $E = 2,1 \cdot 10^5$ Н/мм².

Подставив исходные данные в формулу (6б), найдем прогиб вала в середине (см. рис. 6).

Заметим, что аналогичны изгибы графиков, построенных по формулам (6a) и (6б). Если же мы оперируем фиксированными соотношениями из [7–9] в новой формуле (6a), то получаем формулу (6в) и график, аналогичный полученному по формуле (1) (см. рис. 3).

$$\frac{1}{j_{ст}} = \frac{1}{j_{суп}} + \left(1 - \frac{x}{l}\right)^2 \frac{1}{j_{п.б}} + \left(\frac{x}{l}\right)^2 \frac{1}{j_{з.б}} + \frac{1}{j_{зар}}. \quad (6в)$$

Заменяв значение J из (6a) значением $J = 48D^4/64$, получим:

$$\frac{1}{j_{зар}} = \frac{x^2(l-x)^2}{3EJl},$$

где $E = 2,1 \cdot 10^5$ Н/мм² — модуль упругости 2-го рода стального вала; $J = 48 \cdot D^4/64$ — момент инерции сечения вала, мм⁴.

Пусть $x = (0, \dots, 400)$ мм; $l = 400$ мм; $j_{суп} = 800$ кг/мм; $j_{п.б} = 1200$ кг/мм; $j_{з.б} = 600$ кг/мм.

Получаем отклонение формы вала, показанное на рис. 3.

Оперируя существующими фиксированными значениями в новой формуле (6в), получим:

$$\frac{1}{j_{ст}} = \frac{1}{j_{суп}} + \left(1 - \frac{x}{l}\right)^2 \frac{1}{j_{п.б}} + \left(\frac{x}{l}\right)^2 \frac{1}{j_{з.б}} + \frac{1}{j_{зар}}. \quad (6г)$$

Полученный при этом график аналогичен тем, которые построены по формулам (6a) и (6б) (см. рис. 6).

Заменяв значения J из формулы (6в) значением $J = 4,8D^4/64$, получим:

$$\frac{1}{j_{зар}} = \frac{x^2(l-x)^2}{3EJl},$$

где $E = 2,1 \cdot 10^5$ Н/мм² — модуль упругости 2-го рода стального вала; $J = 4,8 \cdot D^4/64$ — момент инерции сечения вала, мм⁴.

Пусть $x = (0, \dots, 400)$ мм; $l = 400$ мм; $j_{\text{суп}} = 800$ кг/мм; $j_{\text{п.б}} = 1200$ кг/мм; $j_{\text{з.б}} = 600$ кг/мм. Получаем отклонение формы вала в середине, как показано на рис. 6.

Выводы. В рамках представленной работы известные из литературы теоретические зависимости были использованы не для обычных, а для длинномерных валов [10]. Влияние силы резания на деформацию вала изучалось при движении резца вдоль оси вала для разных способов установки вала и при постоянной частоте вращения шпинделя, равной 600 об/мин. Результаты исследования позволяют сделать следующие выводы.

1. Изменение точки приложения нагрузки дает разницу в кривизне вала.
2. Изменение твердости металла влияет на кривизну и динамические значения деформации при движении резца вдоль оси вала.
3. Детали со значениями твердости, немного меньшей, чем исходная, имеют бóльшие значения критической скорости.
4. Как видно из формулы (2), существует большая разница в результатах, при использовании $J = \pi D^4/64$ и $J = 0,05D^4$. J — момент инерции сечения заготовки (для круглого вала), мм⁴.
5. Изгиб по формуле (4а) больше, чем по формуле (4б). Это показано на рис. 5.
6. При объединении формул (1) и (4) получаем новую зависимость (6) и, соответственно, другой график.
7. У графиков, построенных по формулам (6а) и (6б), аналогичные изгибы. Это показано на рис. 6.

Библиографический список

1. Маталин, А. А. Технология машиностроения / А. А. Маталин. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2008. — С. 512.
2. Жолобов, А. А. Прогнозирование и обеспечение качества технологических систем на этапах их проектирования и изготовления / А. А. Жолобов. — Могилев : Изд-во Белорусско-Российского ун-та, 2005. — 304 с.
3. Пашкевич, В. М. Оптимизация режимов резания на основе использования семантических сетей / В. М. Пашкевич, М. Н. Миронова // Вестник Белорусского национального технического университета. — 2011. — № 3. — С. 9–12.
4. Пашкевич, В. М. Многофакторная оптимизация параметров механической обработки на основе использования семантических сетей / В. М. Пашкевич, М. Н. Миронова // Вестник Белорусско-Российского университета. — 2011. — № 4. — С. 51–61.
5. Резание материалов. Режущий инструмент. В 2 ч. Ч. 1 / С. Н. Григорьев, В. А. Гречишников, Н. А. Чемборисов [и др.] ; под общ. ред. Н. А. Чемборисова. — Москва : Юрайт, 2017. — 263 с.
6. Резание материалов. Режущий инструмент. В 2 ч. Ч. 2 / С. Н. Григорьев, В. А. Гречишников, Н. А. Чемборисов [и др.] ; под общ. ред. Н. А. Чемборисова. — Москва : Юрайт, 2017. — 246 с.
7. Кожевников, Д. В. Резание металлов / Д. В. Кожевников. — 2-е изд., доп. Москва : Машиностроение, 2012. — 304 с.
8. Старков, В. К. Физика и оптимизация резания материалов / В. К. Старков. — Москва : Машиностроение, 2009. — 640 с.
9. Железнов, Г. С. Процессы механической и физико-химической обработки материалов / Г. С. Железнов, А. Г. Схиртладзе. — Старый Оскол : ТНТ, 2011. — 456 с.

10. Поиск новых технологических методов упрочняющей обработки коленчатых валов двигателей / А. П. Бабичев, М. Е. Попов, А. Эль Дакдуки, Ф. А. Пастухов // Вестник Донского государственного технического университета. — 2015. — Т. 15, № 1. — С. 68–78. <https://doi.org/10.12737/10389>

Об авторах:

Аль-Обайди Луаи Мохаммед Раджаб, аспирант кафедры «Технология машиностроения» Донского государственного технического университета (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), luayrajab@yahoo.com.

Попов Михаил Егорович, профессор кафедры «Технология машиностроения» Донского государственного технического университета (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), доктор технических наук, профессор.

Authors:

Al'-Obaidi, Luai M.R., post-graduate student, Department of Mechanical Engineering Technology, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344003, RF), luayrajab@yahoo.com

Popov, Mikhail E., professor, Department of Mechanical Engineering Technology, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344003, RF)