

УДК 51-77

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОДАЖ МАССОВЫХ ТОВАРОВ И ОРГАНИЗАЦИИ РЕКЛАМЫ ТОРГОВОЙ СЕТИ

А. О. Побойкина

Донской государственный технический университет (г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация)

В качестве перспективного инструмента прогнозирования количества продаж массовых товаров и организации рекламы торговой сети предложена математическая модель рекламной кампании и её возможная интерпретация — модель электоральных предпочтений одного из кандидатов на выборах. Для модели рекламной кампании были задействованы в сравнении аналитический метод и метод Эйлера. В результате математического моделирования была найдена точка, когда дорогостоящий вид рекламы для рассматриваемой компании Apple целесообразно прекратить, т. к. основные экономические характеристики в данной точке достигли своего максимума.

Ключевые слова: математическое моделирование, рекламная кампания, модель продаж.

MATHEMATICAL MODELING OF SALES OF STAPLE GOODS AND ORGANIZATION OF ADVERTISING OF A RETAIL NETWORK

A. O. Poboykina

Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation)

As a promising tool for predicting the number of sales of staple goods and the organization of advertising of a retail network, a mathematical model of an advertising campaign was proposed for consideration, as well as its possible interpretation — a model of electoral preferences of one of the candidates in the elections. For the advertising campaign model, the analytical method and the Euler method were used in comparison. As a result of mathematical modeling, a point was found when it is advisable to stop the expensive type of advertising for the company in question, Apple, because the main economic characteristics at this point have reached their maximum.

Keywords: mathematical modeling, advertising campaign, sales model.

Введение. Перед любой фирмой, производящей какой-либо товар, всегда встает проблема его сбыта. Эта проблема особенно важна для фирм, производящих товары, не подлежащие длительному хранению, так как длительная реализация товара ведёт к снижению его привлекательности. С другой стороны, недостаточное производство товара приведет к недополученной прибыли или, иными словами, упущенной выгоде.

Для стимуляции спроса используют рекламную кампанию, но тогда перед фирмой встает вопрос определения момента прекращения рекламной деятельности. Для этих целей было предложено использование математического моделирования продаж массовых товаров и организации рекламы торговой сети.

Основная часть. Моделирование любых экономических и других видов процессов заключается в возможности по его результатам осуществлять прогнозирование развития этих процессов, а в дальнейшем — осуществлять управление ими.

Математическая модель рекламной кампании и возможная интерпретация. Модель рекламной кампании основывается на следующих предположениях: $\frac{dN}{dt}$ — скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых купить его; t — время, прошедшее с начала рекламной кампании; $a_{11}(t)$ характеризуют интенсивность дорогостоящей рекламы (СМИ,

баннеры и т.д.). Предполагается, что узнавшие о товаре потребители распространят информацию среди неосведомленных, то есть будет задействован сарафанный маркетинг [1, 2], данную интенсивность будет характеризовать — $a_{12}(t)$. $N(t)$ — число уже информированных клиентов, которое пропорционально числу покупателей, ещё не знающих о нём, а N_0 — общее число потенциальных платежеспособных покупателей.

Исходя из предположений уравнение примет вид [3]:

$$\frac{dN}{dt} = [a_{11}(t) + a_{12}(t)N(t)](N_0 - N), t > 0. \quad (1)$$

С начальным условием:

$$N(0) = N_s \quad (2)$$

При небольших изменениях, модель рекламной кампании (1)–(2) можно использовать для построения модели электоральных предпочтения одного из кандидатов, в случае, если ведется агитация [4, 5]. Тогда $\frac{dN}{dt}$ будет означать скорость изменения со временем числа избирателей, сделавших свой выбор за данного кандидата; t — время, прошедшее с начала предвыборной агитации; $a_{11}(t)$ — интенсивность агитации; $a_{12}(t)$ — маркетинг «из уст в уста» [6]; $N(t)$ — число уже информированных избирателей о кандидате, а N_0 — общее число потенциальных избирателей.

На основе математической модели рекламной кампании будет получено число потенциальных покупателей товара. В модели выборов результатом будет являться численность электората конкретного кандидата.

Для получения результатов математической модели необходимо получить расчёт затрат. Для модели рекламной кампании затратами будут являться издержки, связанные с организацией рекламы, а для модели выборов — организационные расходы, штабы на агитацию.

Затраты на момент времени t можно определить следующим образом:

$$S = \int_0^t s \times \alpha_{11}(t), \quad (3)$$

где $\alpha_{11}(t)$ — число равнозначных рекламных действий в единицу времени; s — стоимость рекламы (агитационных расходов), а $s(0)$ должно быть задано.

Целевым назначением математической модели рекламной кампании (электоральных предпочтений одного из кандидатов):

1. Количество приобретенных товаров (количество голосов избирателей).
2. Ожидаемая прибыль от продаж (эффективность агитационных действий (5)).

Ожидаемая прибыль от продаж при условии $\alpha_{11} = const$:

$$NP(t) = \alpha_{11} \times P \int_0^t N(\theta) d\theta - s \times \alpha_{11} t, \quad (4)$$

где $\alpha_{11} \times P \int_0^t N(\theta) d\theta$ — суммарная прибыль без учёта затрат на рекламу.

$$NE(t) = \frac{s \times \alpha_{11} t}{\alpha_{11} \times P \int_0^t N(\theta) d\theta}, \quad (5)$$

где $\alpha_{11} \times P \int_0^t N(\theta) d\theta$ — численность электората конкретного кандидата.

Сравнение численного и аналитического методов для модели рекламной кампании. За основу для расчёта была взята крупная компания, занимающая лидирующие позиции по продажам смартфоном Apple. Период для расчёта составил 100 дней с шагом 0,01 торгового дня. Расчёты с большим шагом являются неинформативными, так как не позволяют определить некоторые важные характеристики. Расчет математической модели организации продаж массовых товаров и организации рекламы был выполнен с использованием метода Эйлера:

$$y^{n+1} = y^n + (\alpha_{11}(t) + a_{12}(t) \times y^n) \times (N_0 - y^n) \times \tau. \quad (6)$$

С начальным условием:

$$y^0 = N_s(t). \tag{7}$$

Результат метода Эйлера показан на рис. 1.

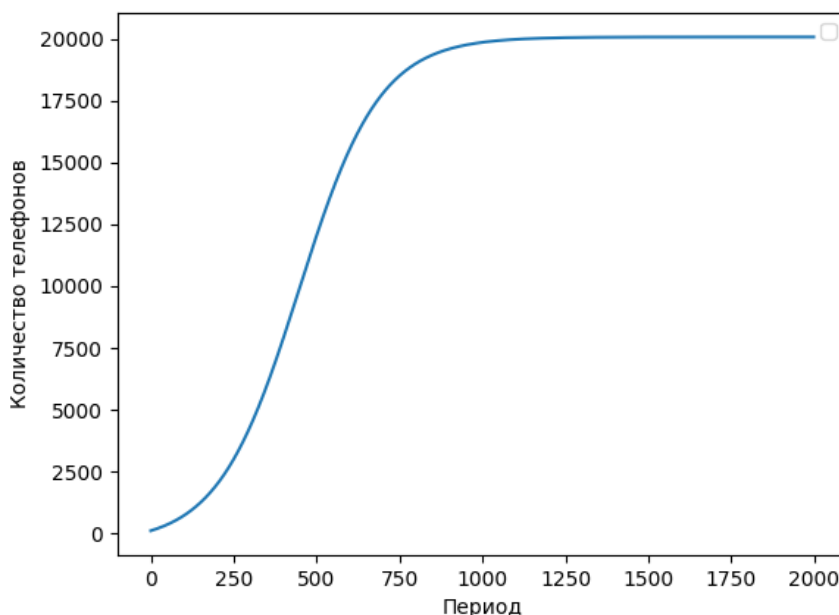


Рис. 1. Результат расчёта численного метода Эйлера

Задача (1)–(2) имеет решение в замкнутом виде, если $\alpha_{11}(t) = const_1$ и $\alpha_{12}(t) = const_2$:

$$\bar{N}(t) = \bar{N}_0 \left[1 + \left(\frac{\bar{N}_0 \alpha_{12}}{\alpha_{11}} - 1 \right) \exp(-\bar{N}_0 \alpha_{12} t) \right]^{-1}. \tag{8}$$

Введём замену \bar{N}_0 на $\frac{\alpha_{11}}{\alpha_{12}} + N_0$. В результате получено [1]:

$$\bar{N}(t) = \left(\frac{\alpha_{11}}{\alpha_{12}} + N_0 \right) \left[1 + \left(\frac{(\frac{\alpha_{11}}{\alpha_{12}} + N_0) \times \alpha_{12}}{\alpha_{11}} - 1 \right) \exp \left(\left(-\frac{\alpha_{11}}{\alpha_{12}} - N_0 \right) \alpha_{12} t \right) \right]^{-1}. \tag{9}$$

Результат точного метода и его сравнение с результатами численного метода Эйлера представлен на рис. 2, из которого видно, что в основном имеются сходства графиков с небольшими местами расхождения.

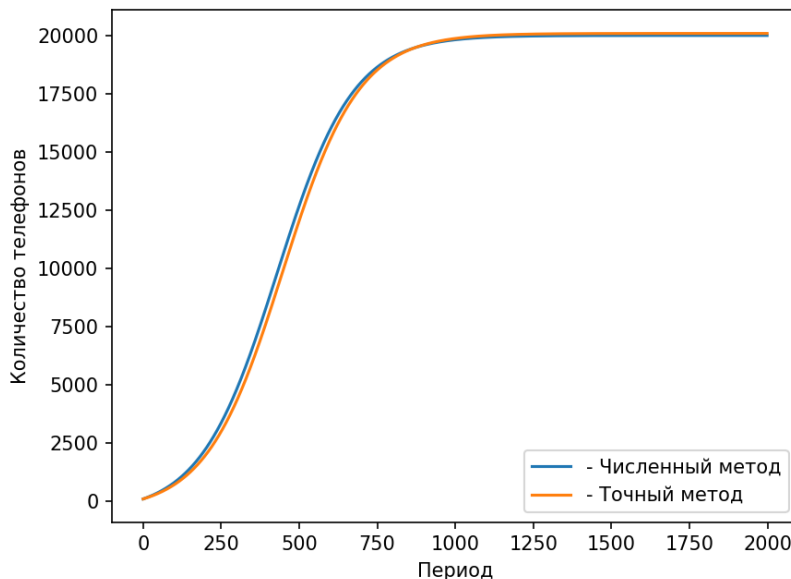


Рис. 2. Сравнение результатов расчётов на основе аналитической и численной моделей

Результаты расчёта затрат на рекламную кампанию и динамика прибыли от продаж показаны на рис. 3 и 4 соответственно.

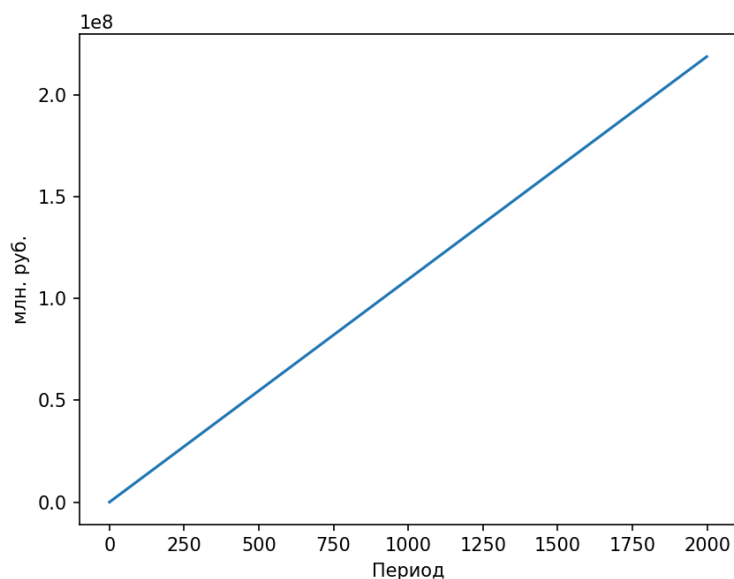


Рис. 3. Затраты на рекламную кампанию

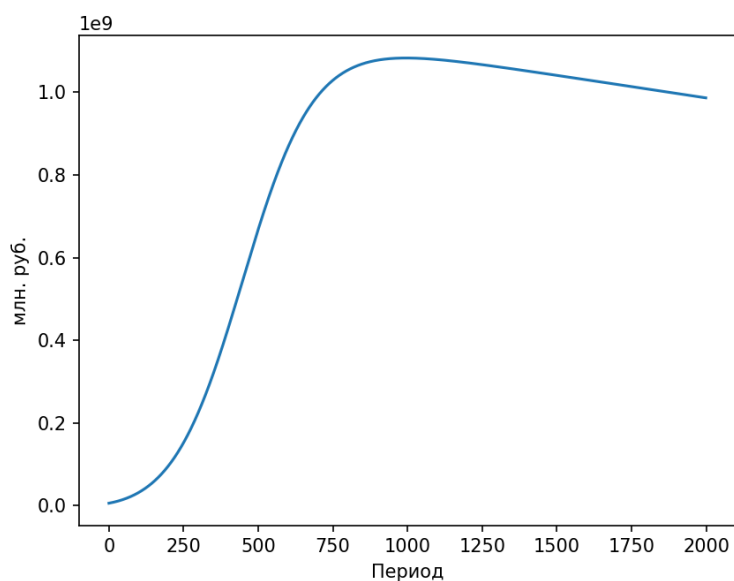


Рис. 4. Прибыль от продаж

Нетрудно заметить, что, начиная с некоторого момента времени, прибыль от продаж начинает снижаться. Очень важным является определить момент прекращения дорогостоящих видов рекламы, что позволяет снизить расходы, связанные с рекламой в целом.

Для сравнения характеристик от деятельности рекламной кампании была найдена точка перегиба, для которой дорогостоящую рекламу целесообразно остановить, т. к. достигается наибольший экономический эффект (рис. 5).

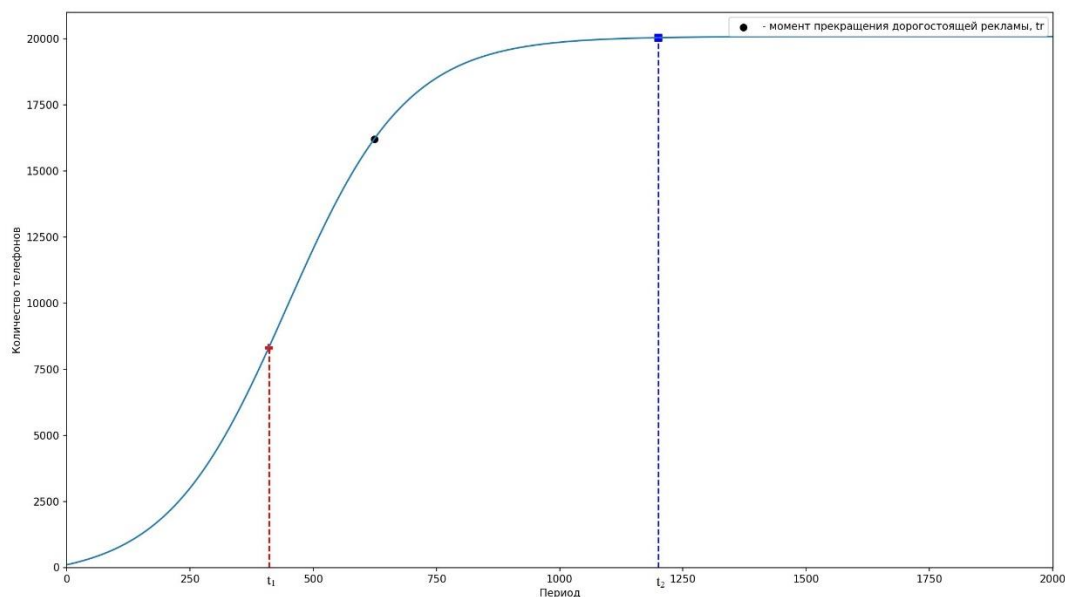


Рис. 5. Прибыль от продаж и визуализация выбранных точек

При этом:

$$t_1 < t_r < t_2$$

Для выбранных трех точек были рассчитаны основные показатели:

Совокупная прибыль (без учёта затрат на рекламу):

- t_1 — 498 млн. руб.;
- t_r — 972,6 млн. руб.;
- t_2 — 1,2 млрд. руб.

Совокупные затраты на рекламу:

- t_1 — 44,88 млн. руб.;
- t_r — 68,3 млн. руб.;
- t_2 — 131,35 млн. руб.

Совокупная прибыль от продаж:

- t_1 — 453,12 млн. руб.;
- t_r — 904,3 млн. руб.;
- t_2 — 1,068 млрд. руб.

Затрат на рекламу на единицу прибыли (без учёта затрат на рекламу):

- t_1 — 9 %.;
- t_r — 7,02 %.;
- t_2 — 10,92 %.

Таким образом, можно заметить, что наилучшим итогом для рассматриваемой компании Apple является прекращение дорогостоящей рекламы в точке перегиба.

Заключение. В результате работы математической модели легко определить, когда рекламную кампанию (агитационные действия) необходимо прекращать, т. к. они становятся экономически нецелесообразны. Товаров (округов) для данной модели может быть много и затраченные ресурсы должны быть разумно распределены. Требуется кропотливая работа, которая позволяет определить, в зависимости от времени, в какой момент необходимо завершить дорогостоящую рекламную кампанию или в каком населенном пункте (мегаполисе) необходимо выполнять агитационные действия. Построенная численная модель — схема Эйлера (6)–(7) — является более универсальным решением, по сравнению с аналитическим решением (8)–(9), т. к.

позволяет рассматривать случаи, когда $\alpha_{11} = \alpha_{11}(t)$, $\alpha_{12} = \alpha_{12}(t)$, зависящих от времени [6, 7]. Данная модель допускает обобщение в случае рекламы двух и более однотипных товаров массового производства.

Библиографический список.

1. Михайлов, А. П. Модели информационной борьбы / А. П. Михайлов, Н. А. Маревцева // Математическое моделирование. — 2011. — №10. — С. 19–32.
2. Михайлов, А. П. Моделирование распространения информации и информационного противоборства в структурированном социуме / А. П. Михайлов, А. П. Петров, Н. А. Маревцева // Теория активных систем. — 2014. — С. 209–210.
3. Самарский, А. А. Математическое моделирование / А. А. Самарский, А. П. Михайлов. — Москва : Физматлит, 2005. — 321 с.
4. Развитие модели распространения информации в социуме / А. П. Михайлов, А. П. Петров, Н. А. Маревцева, И. В. Третьякова // Математическое моделирование. — 2014. — №3. — С. 65–74.
5. Mikhailov, A. P. The formulation and preliminary study of the model of the hype dissemination of information in society / A. P. Mikhailov, L. F. Yukhno // Computational mathematics and information technologies. — 2019. — №2. — С. 76–82.
6. Моделирование спада общественного внимания к прошедшему разовому политическому событию / А. П. Михайлов, А. П. Петров, Г. Б. Прончев, О. Г. Прончева // Доклады академии наук. — 2018. — №4. — С. 397–400.
7. Михайлов, А. П. Опровержение слуха средствами массовой информации: математическая модель и численные эксперименты / А. П. Михайлов, А. П. Петров // Russian Digital Libraries Journal. — 2021. — №2. — С. 371–386.

Об авторе:

Побойкина Алина Олеговна, магистрант кафедры «Математика и информатика», Донского государственного технического университета (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), alina.poboikina2011@yandex.ru

About the Author:

Poboykina, Alina O., Master's degree student, Department of Mathematics and Computer Science. Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344003, RF), alina.poboikina2011@yandex.ru