

УДК 514.18(076.1)

UDC 514.18(076.1)

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ  
ПОВЕРХНОСТЕЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА С  
ОБЩЕЙ ПЛОСКОСТЬЮ СИММЕТРИИ В  
СИСТЕМЕ «КОМПАС-3D»****MODELING OF THE INTERSECTION OF  
SURFACES OF THE SECOND ORDER  
WITH A COMMON SYMMETRY PLANE IN  
THE SYSTEM «KOMPAS-3D»***М. И. Зуев, И. С. Фатеев**M. I. Zuev, I. S. Fateev*

Донской государственный технический  
университет, Ростов-на-Дону, Российская  
Федерация

Don State Technical University, Rostov-on-Don,  
Russian Federation

[spu-42.1@donstu.ru](mailto:spu-42.1@donstu.ru)[spu-42.1@donstu.ru](mailto:spu-42.1@donstu.ru)

Рассматриваются задачи, направленные на построение линии пересечения алгебраических поверхностей с общей плоскостью симметрии (за исключением случаев распада линии на две плоские кривые). Описано создание в графической системе «КОМПАС-3D» пересекающихся поверхностей второго порядка с общей плоскостью симметрии. Анализируются линии пересечения и определяются их характерные точки — асимптоты, фокусы, вершины.

The article discusses the need to build the line of intersection of algebraic surfaces with a common plane of symmetry (except the division of a line on two plane curves). It describes the creation of intersecting surfaces of the second order with a common plane of symmetry in the graphic system "Compas-3D". The paper analyzes the lines of intersection defined by their characteristic points - vertices, foci, asymptotes.

**Ключевые слова:** 3D-модели, пересечение, линии, цилиндр, конус, гипербола, асимптота, фокус, вершина.

**Key words:** 3D models, intersection, line, cylinder, cone, hyperbola, asymptote, focus, vertex.

**Введение.** В настоящей работе рассматриваются задачи, направленные на построение линии пересечения алгебраических поверхностей с общей плоскостью симметрии (за исключением случаев распада линии на две плоские кривые). Решение подобных задач выполняется в несколько этапов:

1. Создается трехмерная модель пересекающихся геометрических тел с использованием графической системы «КОМПАС-3D» [1];
2. Формируются ассоциативные виды объектов с автоматически построенной линией пересечения;
3. Определяется вид линии на фронтальной проекции, ее характерные точки, асимптоты, фокусы.

**Основная часть.** В основе решения вышеупомянутых задач лежит следующая теорема [2]: «Если две пересекающиеся алгебраические поверхности второго порядка имеют общую плоскость симметрии, то линия их пересечения проецируется на эту или другую, ей параллельную, плоскость в виде кривой второго порядка».

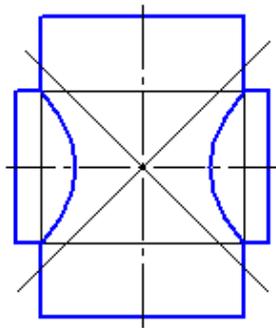
В соответствии с вышеизложенным, линии пересечения поверхностей второго порядка, имеющие общую плоскость симметрии, будут проецироваться в кривые второго порядка — гиперболы, параболы, эллипсы. Вид проекции кривой определяется видом пересекающихся

поверхностей [3]. Наиболее часто встречающиеся случаи пересечения данных поверхностей представлены на рис. 1.

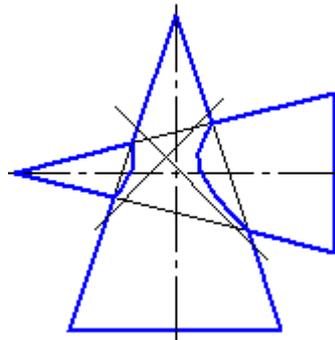
Так, в гиперболу проецируется линия пересечения конусов, цилиндров, параболоидов и растянутых эллипсоидов; в параболу — линия пересечения сферы с конусом, цилиндром, параболоидом, гиперболоидом, эллипсоидом; в эллипс — линия пересечения сжатого эллипсоида с цилиндром, конусом, параболоидом, гиперболоидом, растянутым эллипсоидом.

Перечисленные типы линий автоматически создаются на ассоциативных видах в документе «Чертеж» в результате формирования моделей геометрических тел в режиме «Деталь».

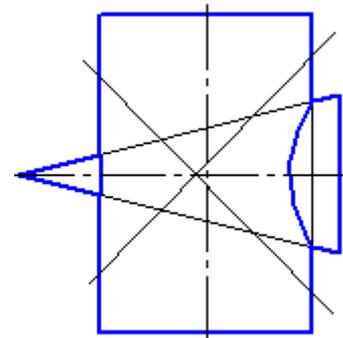
Рассмотрим процесс определения элементов полученных линий (отдельных точек, осей, вершин, асимптот, фокусов).



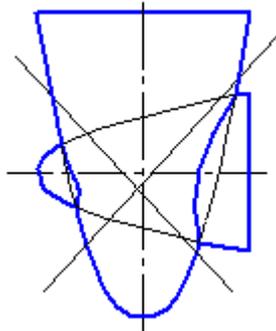
Два цилиндра



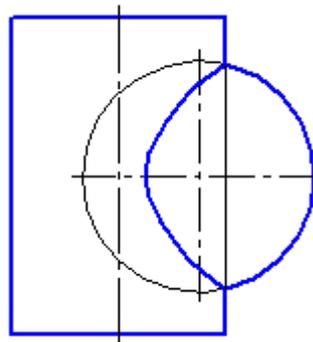
Два конуса



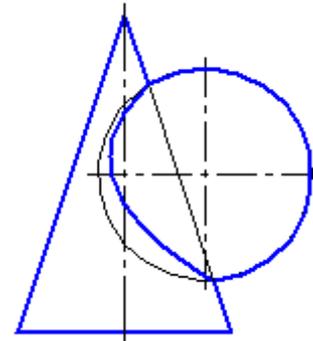
Цилиндр и конус



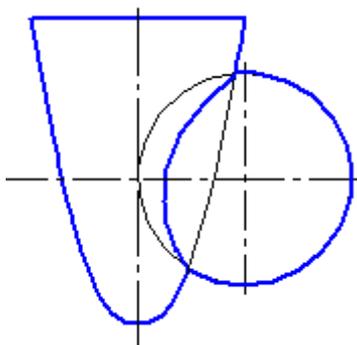
Два параболоида



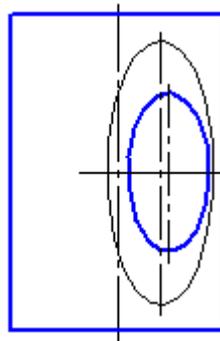
Цилиндр и шар



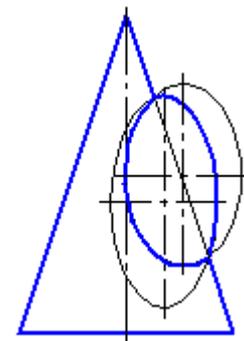
Конус и шар



Параболоид и шар



Цилиндр и сжатый эллипсоид



Конус и сжатый эллипсоид

Рис. 1. Примеры пересечения поверхностей

**Пример 1.** Пересечение цилиндров, оси которых пересекаются не под прямым углом (рис. 2). Проекцией линии пересечения является равносторонняя гипербола. Положение асимптот гиперболы определяют при помощи нижеизложенного метода. Цилиндр меньшего диаметра растягивают до касательного к сфере, вписанной в цилиндр большего диаметра. Точки пересечения очерковых образующих цилиндров соединяют прямыми, которые и будут асимптотами гиперболы. Так как гипербола равносторонняя, ее асимптоты взаимно перпендикулярны.

Биссектрисы углов между асимптотами являются действительной и мнимой осями гиперболы. Вершины гиперболы  $A$  и  $B$  находятся на пересечении действительной оси с кривой. Величины  $2a$  и  $2b$  являются соответственно действительной и мнимой осями гиперболы. Асимптоты направлены по диагоналям прямоугольника со сторонами  $2a$  и  $2b$ . Фокусы гиперболы  $F_1$  и  $F_2$  определяются точками пересечения дуги  $OK$  с действительной осью, так как соблюдается зависимость  $c^2 = a^2 + b^2$ , где  $c$  — расстояние от центра гиперболы до фокуса  $F_1$ .

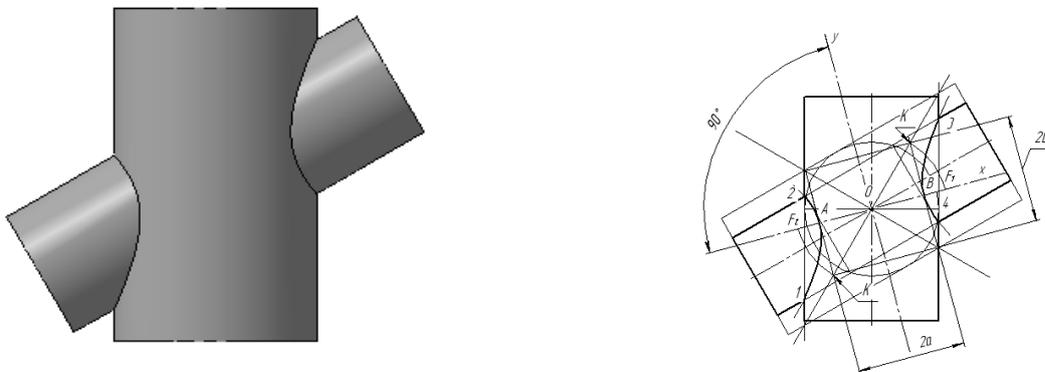


Рис. 2. Пересечение двух цилиндров

**Пример 2.** Пересечение конуса и цилиндра, оси которых пересекаются не под прямым углом (рис. 3).

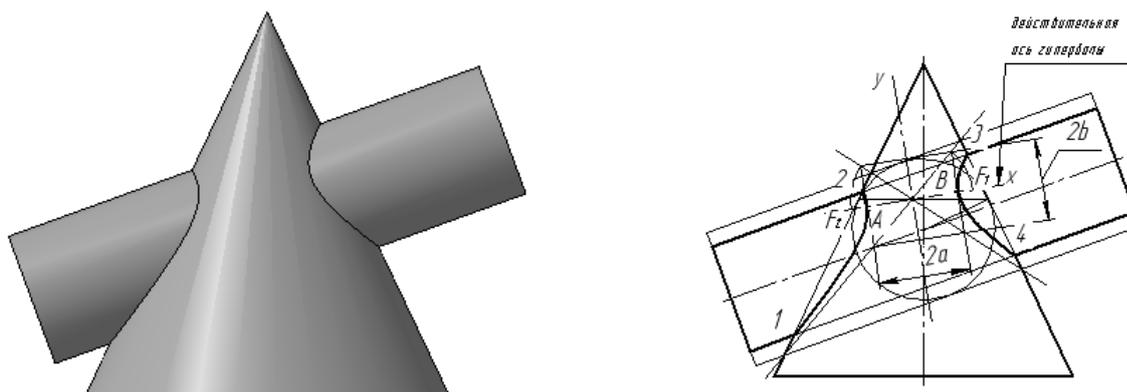


Рис. 3. Пересечение цилиндра и конуса

Для нахождения положения асимптот гиперболы в конус вписывают сферу с центром в точке пересечения осей конуса и цилиндра, а затем цилиндр растягивают до касательного к построенной сфере. Точки пересечения очерковых образующих конуса и растянутого цилиндра соединяют прямыми, которые пересекаясь не под прямым углом, будут асимптотами неравносторонней гиперболы. Через точку пересечения асимптот проводим действительную ось

гиперболы, которая является биссектрисой угла между асимптотами. Вершинами гиперболы  $A$  и  $B$  являются точки пересечения действительной оси с кривой. Перпендикулярно к действительной оси проводим мнимую ось. Фокусы  $F_1$  и  $F_2$  находят так же, как и в примере 1.

**Пример 3.** Пересечение двух конусов, оси которых пересекаются под прямым углом (рис. 4). Вершины гиперболы  $A$  и  $B$  находим с помощью сферы, вписанной в конус с наибольшим углом при вершине. Далее делим отрезок  $AB$  пополам и находим центр гиперболы — точку  $O_1$ . Для нахождения асимптот гиперболы соосно с конусом, имеющим меньший угол при вершине, строим конус, касательный к вписанной сфере. Точки пересечения очерковых образующих заданного и построенного конусов соединяем прямыми линиями. Через центр  $O_1$  проводим линии, им параллельные, которые и будут являться асимптотами гиперболы.

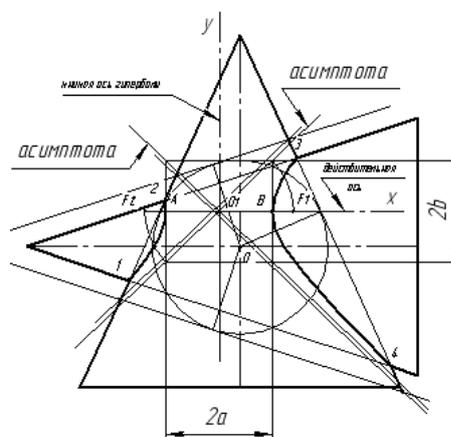
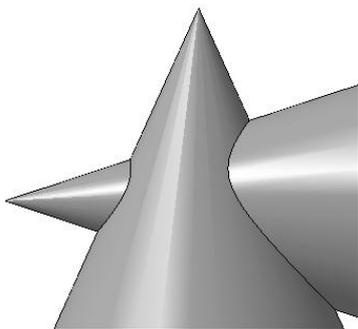


Рис. 4. Пересечение двух конусов

**Пример 4.** Пересечение сферы с поверхностью конуса (рис. 5).

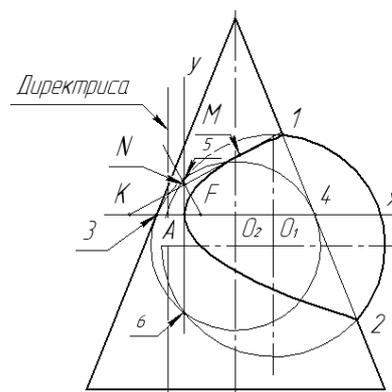
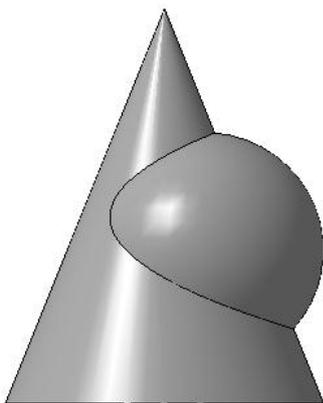


Рис. 5. Пересечение конуса и сферы

Линией пересечения является парабола. Вершина параболы  $A$  определяется с помощью вспомогательной сферы с центром  $O$ , вписанной в конус, как точка пересечения линии касания 3–4 с линией 5–6 пересечения вспомогательной сферы с заданной сферой. Ось параболы совпадает с линией касания. Для определения положения фокуса  $F$  параболы, через произвольно выбранную точку  $M$  на линии пересечения заданных поверхностей проводим касательную  $MK$ . Через точку  $N$

пересечения касательной с осью  $y$  проводим прямую, перпендикулярную к касательной. Пересечение перпендикуляра с осью параболы определяет точку  $F$  — фокус параболы. Директриса расположена на расстоянии  $AF$  от вершины  $A$ .

**Пример 5.** Пересечение цилиндра с поверхностью сжатого эллипсоида (рис. 6).

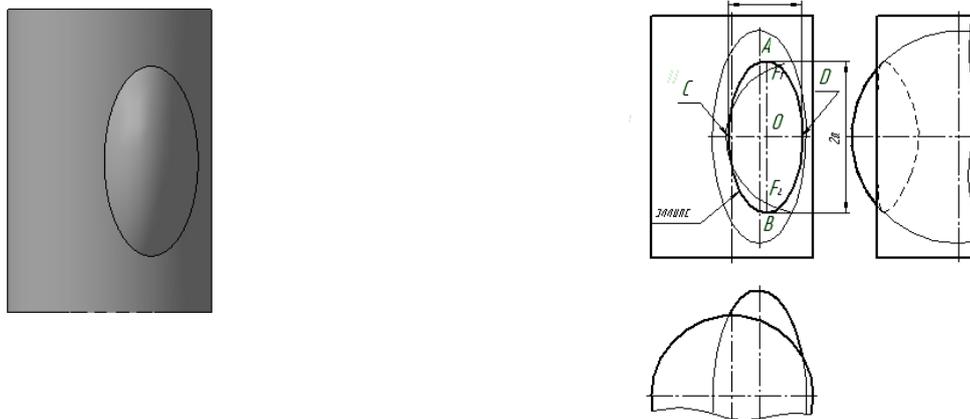


Рис. 6. Пересечение цилиндра и сжатого эллипсоида

Линия пересечения этих поверхностей проецируется в эллипс. Элементы эллипса определены непосредственно на чертеже. Малая ось эллипса —  $CD$ , большая ось —  $AB$ , точки  $F_1$  и  $F_2$  — фокусы эллипса. Фокусы эллипса определены с помощью дуги с радиусом, равным половине большой оси эллипса с центром в точке  $D$ .

**Заключение.** Рассмотрены задачи, заключающиеся в построении линии пересечения алгебраических поверхностей с общей плоскостью симметрии, выявлены этапы их решения, а также определены характерные точки линий пересечения — асимптоты, фокусы, вершины.

#### Библиографический список.

1. Бубенников, А. В. Начертательная геометрия. Учебник для вузов / А. В. Бубенников. — Москва : Высшая школа, 1985. — 288 с.
2. Построение линии пересечения поверхностей вращения с общей плоскостью симметрии / А. А. Дубров [и др.] ; под ред. А. А. Дуброва. — Харьков : ХИРЭ, 1982. — 35 с.
3. Талалай, П. Г. Компьютерный курс начертательной геометрии на базе КОМПАС-3D / П. Г. Талалай. — Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2010. — 608 с.