УДК 681.5

ИССЛЕДОВАНИЕ И СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЭВРИСТИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ ПРИ РЕШЕНИИ НЕОДНОРОДНОЙ МИНИМАКСНОЙ ЗАДАЧИ

Г. С. Домбаян
Донской государственный технический университет (г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация)

Аннотация. Рассматриваются алгоритм Плотникова-Зверева и алгоритм распределения по критерию для получения приближенного решения неоднородной минимаксной задачи теории расписаний при равном количестве независимых устройств и поступающих на них независимых заданий. Проведен вычислительный эксперимент и сравнительный анализ результатов работы алгоритмов. Цель данного исследования — выполнив вычислительный эксперимент на основании двух алгоритмов, провести сравнение результатов для определения оптимальности решения.

Ключевые слова: теория расписаний, неоднородная минимаксная задача, NP-полные задачи, алгоритм Плотникова-Зверева, минимаксный критерий, распределение независимых заданий.

RESEARCH AND COMPARATIVE ANALYSIS OF HEURISTIC ALGORITHMS FOR SOLVING AN INNHOMOGENEOUS MINIMAX PROBLEM

Grigoriy S. Dombayan
Don State Technical University, (Rostov-on-Don, Russian Federation)

Abstract. The paper considers the Plotnikov-Zverev algorithm and the B-criterion distribution algorithm for obtaining an approximate solution of a non-homogeneous minimax scheduling problem with an equal number of independent devices and independent tasks arriving at them. A computational experiment and a comparative analysis of the results of the algorithms were carried out. The study objective is to perform a computational experiment based on two algorithms, to compare the results to determine the optimality of the solution.

Keywords: scheduling theory, heterogeneous minimax problem, NP-complete problems, Plotnikov-Zverev algorithm, minimax criterion, distribution of independent tasks.

Введение. Актуальность исследования методов и алгоритмов решения задач теории расписаний и массового обслуживания обусловлена постоянным развитием систем, обрабатывающих информацию, основанных на многопроцессорной архитектуре. Неоднородная минимаксная задача относится к разряду NP-полных задач теории расписаний [1]. Поскольку найти точное решение для задач большой размерности достаточно трудно, используются эвристические алгоритмы для нахождения приближенного решения [2].

Основная часть. Сформулируем постановку задачи: имеется M независимых заданий $T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$, которые необходимо распределить на N параллельно работающих разнородных устройствах $P = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}$, по критерию $f_r = \max\limits_{l \le j \le n} f_j \to min$, где $f_j = \sum_{t_i \epsilon T_j} \tau(t_i)$ — время завершения работы процессора p_j. Количество устройств равно количеству заданий, поступающих на них (N=M). Каждое устройство p_j может выполнять только одно задание в определенный момент времени. Известно время выполнения $\tau(t_i, p_j)$ задания t_i на любом из устройств p_j. Требуется найти такое распределение заданий по устройствам, при котором суммарное время выполнения задач на каждом из устройств было бы минимальным [1].

Алгоритм Плотникова-Зверева. Данный алгоритм для нахождения решения неоднородной минимаксной задачи включает следующие шаги [3]:

Шаг 1: строки матрицы T упорядочиваются по убыванию сумм всех их элементов.

Шаг 2: в преобразованной матрице *T'* в первой строке минимальный элемент принимается за элемент распределения и прибавляется к соответствующему по номеру элементу следующей строки.

Шаг 3: следующая строка учитывает предыдущее решение, из нее выбирается минимальный элемент и прибавляется к соответствующему элементу следующей строки и т. д.

Шаг 4: выполнение алгоритма происходит до тех пор, пока в матрице не будет произведена обработка всех строк.

Алгоритм распределения по критерию В. Метод основывается на учете специфического свойства матрицы. Это свойство определяет стратегию распределения согласно следующей теореме: «Если в каждой i-й строке матрицы приращения для всех j от 1 до *N-1* и строки матрицы расположены так, что $c_1 \geq c_2 \geq \cdots \geq c_m$, то оптимальное распределение будет составлено из элементов главной диагонали».

Приращение определяется по следующей формуле:

$$c_i = \overset{s}{\tau(t_i p_{j+1})} - \overset{s}{\tau(t_i p_j)} = const$$

Показатель s подбирается из условия:

$$S > \frac{\lg 2}{\lg(\max \tau(t_i p_j) - \lg a)}.$$

При использовании минимаксного критерия в качестве a берется ближайшее к максимальному $\tau(t_i p_j)$ значение [4].

Шаг 1: для каждой строки матрицы весов определяются приращения $\overset{s}{\tau(t_i p_{j+1})} - \overset{s}{\tau(t_i p_j)}$, и строки переставляются по порядку убывания приращения.

Шаг 2: преобразованная матрица разбивается на четыре квадратных подматрицы размером $\frac{N}{2} \times \frac{M}{2}$ для четных N и размером $\frac{N+1}{2} \times \frac{M+1}{2}$ и $\frac{N-1}{2} \times \frac{M-1}{2}$ для нечетных N.

Шаг 3: с двумя матрицами, главные диагонали которых совпадают с главной диагональю исходной матрицы, выполняют шаг 1. Процесс последовательной декомпозиции подматриц заканчивается при размерах 2x2 или 3x3.

Результаты экспериментальных исследований. В рамках вычислительного эксперимента сравнивалась эффективность работы алгоритма Плотникова-Зверева и алгоритма распределения по критерию В. Оценкой служит среднее значение минимаксного критерия, полученного в ходе 50 экспериментов для различных матриц N=M.

Результаты эксперимента для 50 случайно сгенерированных матриц размерностью 8x8, 12x12, 16x16 и 24x24 в диапазоне от 10 до 20, от 10 до 30 и от 10 до 50 представлены в таблицах 1–3.

Как видно по итогам эксперимента, для нахождения приближенного решения неоднородной минимаксной задачи преимуществом обладает алгоритм Плотникова-Зверева.

Таблица 1

Результаты вычислительного эксперимента на матрицах N=M с загрузкой 10…20

Алгоритм	8x8	12x12	16x16	24x24
Плотникова-Зверева	14.64	14.98	15.12	15.36
Распределение по критерию В	25.28	27.68	26.18	28.32

Таблица 2

Результаты вычислительного эксперимента на матрицах N=M с загрузкой 10…30

Алгоритм	8x8	12x12	16x16	24x24
Плотникова-Зверева	20.16	20.7	19.5	20
Распределение по критерию В	32.58	34.74	34.82	36.78

Таблица 3

Результаты вычислительного эксперимента на матрицах N=M с загрузкой 10…50

Алгоритм	8x8	12x12	16x16	24x24
Плотникова-Зверева	28.46	26.06	25.52	25.06
Распределение по критерию В	44.4	53.36	47.24	51.96

Заключение. По результатам эксперимента можно сделать вывод, что алгоритм Плотникова-Зверева приводит к более оптимальному решению неоднородной минимаксной задачи при равном количестве устройств и задач, поступающих на эти устройства. Это подтверждается средним значением минимаксного критерия, вычисляемым в результате работы алгоритмов.

Библиографический список

1. Струченков, В. И. Дискретная оптимизация. Модели, методы, алгоритмы решения прикладных задач // В. И. Струченков. — Москва : СОЛОН-пресс, 2020. — 192 с.

2. Алгоритмы: построение и анализ / Т. Кормен, Ч. Лейзерсон, Р. Ривест, К. Штайн. — Москва : Вильямс, 2013. — С. 59 .

3. Плотников, В. Н. Методы быстрого распределения алгоритмов в вычислительных системах / В. Н. Плотников, В. Ю. Зверев // Техническая кибернетика. — 1974. — № 3. — С. 78.

4. Саати, Т. Л. Элементы теории массового обслуживания и ее приложение / Т. Л. Саати. — Москва : Либроком, 2010. — С. 105–108.

Об авторе:

Домбаян Григорий Сергеевич, аспирант Донского государственного технического университета (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), nuken_96@mail.ru

About the Author:

Grigoriy S. Dombayan, postgraduate student, Don State Technical University (1 Gagarin Square, Rostov-on-Don, 344000, RF), nuken_96@mail.ru