

УДК 621.9:531.3

**ВЛИЯНИЕ НЕОБРАТИМЫХ
ПРЕОБРАЗОВАНИЙ В ЗОНЕ РЕЗАНЬЯ
НА ДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА
ПРОЦЕССА ОБРАБОТКИ***Винокурова И. А.*

Донской государственной технической
университет, Ростов-на-Дону, Российская
Федерация

irina_24032011@mail.ru

Проанализированы результаты исследований взаимосвязи термодинамической и механической подсистем резания. Основное внимание акцентируется на свойствах динамической системы резания и её зависимости от переходных процессов, происходящих как в механической, так и в термодинамической подсистемах. Рассматривается взаимосвязь двух подсистем через: изменение параметров системы, происходящих вследствие изменения температуры; изменение давления стружки на переднюю поверхность инструмента; температурные деформации инструмента. Таким образом, механическая и термодинамическая подсистемы анализируются в совокупности взаимного влияния. Представлена математическая модель системы, выявлена проблема влияния термодинамической подсистемы на устойчивость траекторий формообразующих движений и на притягивающие множества, формируемые в окрестности этих траекторий. А также показаны примеры влияния термодинамической подсистемы на динамику системы резания в целом.

Ключевые слова: процесс точения, устойчивость, притягивающие множества, термодинамическая и механическая подсистемы.

Введение. Изучение динамики металлорежущих станков является предметом многочисленных исследований [1–6]. Это связано с тем, что особенности динамики процесса обработки влияют как на показатели качества изготовления деталей, так и на состояние процесса резания, прежде всего, на интенсивность изнашивания инструмента. В указанных исследованиях

UDC 621.9:531.3

**THE EFFECT OF IRREVERSIBLE
CHANGES IN THE CUTTING ZONE ON
THE DYNAMIC PROPERTIES OF THE
MACHINING PROCESS***Vinokurova I. A.*

Don State Technical University, Rostov-on-Don,
Russian Federation

irina_24032011@mail.ru

The article provides the results of the studies of the relationship of thermodynamic and mechanical subsystems of cutting. The main attention is focused on the properties of the dynamic cutting system and its dependence on the transient processes occurring in both mechanical and thermodynamic subsystems. The paper examines the relationship between the two subsystems via: the system settings change occurring due to temperature change; chips pressure change on the front surface of the tool; thermal deformation of the tool. Thus, the mechanical and thermodynamic subsystems are analyzed in the aggregate of mutual influence. The mathematical model of the system is presented, the problem of the influence of thermodynamic subsystem on the stability of the trajectories of forming movements and on the attracting sets formed in the vicinity of these trajectories is revealed. It also shows the examples of the influence of thermodynamic subsystem on the dynamics of the cutting system as a whole.

Keywords: turning process, stability, attracting sets, thermodynamic and mechanical subsystems.

рассмотрены вопросы устойчивости процесса обработки, а также изучены различные притягивающие множества, формируемые в окрестности точки равновесия. Среди них выяснены условия образования предельных циклов, инвариантных торов, а также хаотических (странных) аттракторов. Современное представление о математическом моделировании динамической системы процесса резанья основано на ее представлении в виде взаимодействующих между собой подсистем со стороны режущего инструмента и обрабатываемой заготовки через динамическую связь, формируемую процессом резания [5–12]. Эта связь представляется моделью сил резанья, зависящих от координат состояния системы [13, 14]. В качестве координат состояния рассматриваются упругие деформационные смещения инструмента и обрабатываемой детали в точке контакта с ней вершины инструмента.

Представление сил в координатах состояния системы базируется на синергетической концепции анализа и синтеза сложных динамических систем [15]. Если следовать синергетической концепции, взаимодействие приводит не только к изменению сил, но и вызывает необратимые преобразования в зоне обработки, которые также изменяют параметры динамической связи, формируемой при резании. В данной статье приводится обобщение известных представлений о динамике системы резанья. В случае, когда мощность является источником производства тепла, в динамическую систему резанья необходимо ввести термодинамическую подсистему и связать ее с традиционно рассматриваемой механической подсистемой. Учет влияния мощности необратимых преобразований на производство тепла и связь термодинамической подсистемы с механической существенно изменяют свойства системы резанья и характеризуют научную новизну приведенных в статье материалов.

Обоснование математической модели. Целью данного исследования является изучение динамики процесса резанья, в которой взаимодействие определяется не только координатами состояния механической системы, но и координатами состояния термодинамической системы. Подчеркнем, что первичным источником производства тепла являются необратимые преобразования подводимой энергии в зоне резания. Необходимость рассмотрения термодинамической подсистемы диктуется следующими обстоятельствами:

- тепловые процессы изменяют физико-механические характеристики обрабатываемого материала, прежде всего, материала в областях первичной и вторичной деформации;
- производство тепла и его распределение по взаимодействующим подсистемам вызывают дополнительные температурные деформации, влияющие на параметры качества изготовления деталей;
- необратимые преобразования приводят к формированию, по терминологии Ильи Пригожина, различных диссипативных структур в области контакта с обрабатываемой деталью, которые изменяют свойства процесса резанья.

Математическая модель системы проиллюстрирована на рис. 1. Традиционно используемая динамическая модель процесса резанья дополнена термодинамической системой, в которой главными источниками производства тепла являются области первичной пластической деформации OO_1 , контакта инструмента со стружкой по передней грани OO_2 , контакта с задней гранью детали OO_3 .

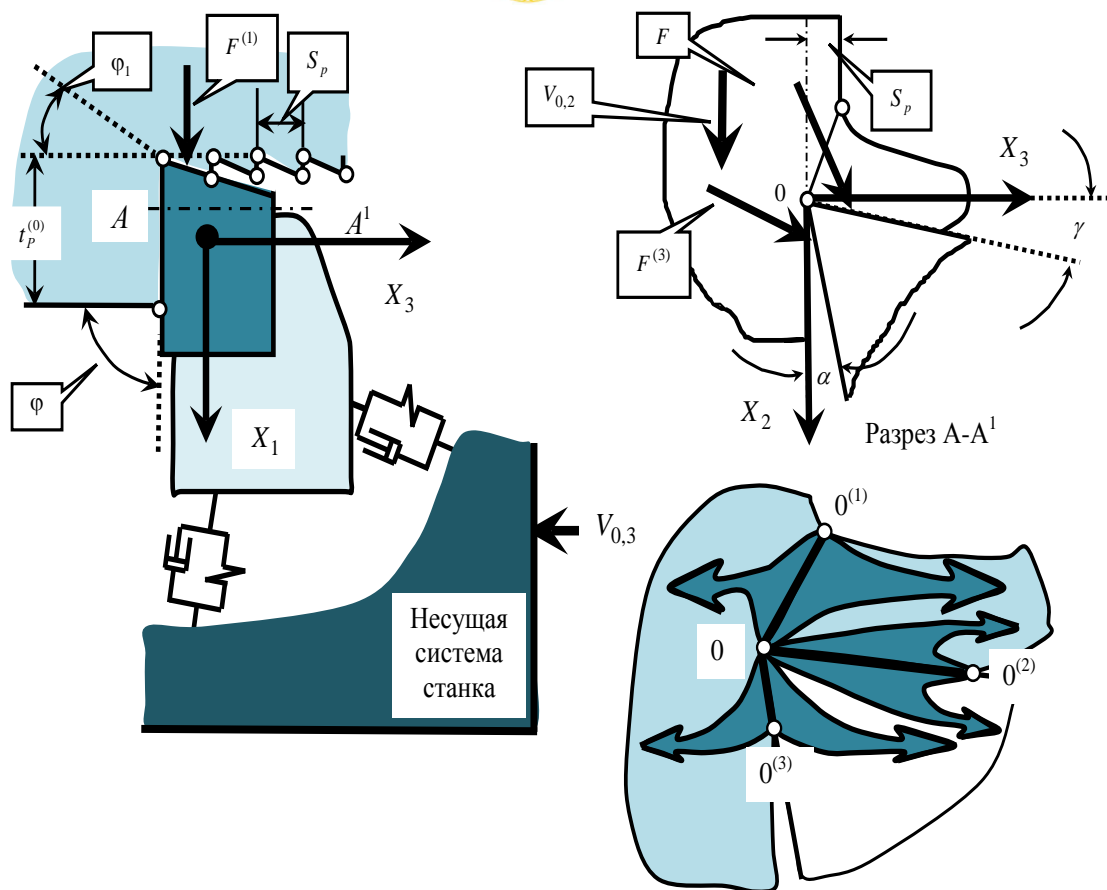


Рис. 1. Ориентация осей деформационных смещений и сил, действующих на режущий инструмент и обрабатываемую деталь

Таким образом, производство тепла интерпретируется как мощность необратимых преобразований в указанных областях. Отток тепла, определяемый условиями теплообмена, рассматривается в направлении движения стружки, инструмента и обрабатываемой детали (как указано стрелками на рис. 1).

На основании изложенного построена математическая модель, упругие деформации в которой определяются системой (1):

$$m \frac{d^2 X}{dt^2} + h \frac{dX}{dt} + cX = F_{\Sigma}(t), \tag{1}$$

где $m = [m_{s,k}]$, $m_{s,k} = m$, $npu: s = k$, $m_{s,k} = 0$, $npu: s \neq k$, $s, k = 1, 2, 3$ в $кгс^2 / мм$, $h = [h_{s,k}]$, $s, k = 1, 2, 3$ в $кгс / мм$, $c = [c_{s,k}]$, $s, k = 1, 2, 3$ в $кгс / мм$ — симметричные и положительно определенные матрицы инерционных, скоростных и упругих коэффициентов; $F_{\Sigma}(t) = F(t) + F^{(1)}(t) + F^{(3)}(t)$; $F(t) = F_0 \{\chi_1, \chi_2, \chi_3\}^T$ — силы, действующие на переднюю поверхность инструмента; $F^{(1)}(t) = F_0^{(1)}(t) \{1, 0, 0\}^T$, $F^{(3)}(t) = F_0^{(3)}(t) \{0, 0, 1\}^T$ — силы, действующие на его задние грани и ограничивающие развитие периодических движений инструмента относительно детали (рис. 1). Будем пользоваться синергетической концепцией анализа [14, 15], согласно которой необходимо представить силы F_{Σ} в координатах состояния. Кроме сил, формируемых в области передней грани F , учтем силы, действующие на задние грани $F^{(1)}$ и $F^{(3)}$ (рис. 1). Параметры подсистем определяются по правилам, изложенным, например, в [10–14].

При моделировании взаимосвязи механической и термодинамической подсистем учтем, что: коэффициент $\rho_0(\Xi)$, имеющий смысл давления стружки на переднюю поверхность инструмента, зависит от температуры Ξ ; в инструменте имеются температурные деформации $X_{1,0}$, которые рассматриваются только в направлении X_1 . Тогда:

$$F_0(t) = \rho_0(\Xi) \{t_p^{(0)} + X_{1,0}(t) - X_1(t)\} \left\{ \int_{t-T}^t [V_{3,0} - v_3(\xi)] d\xi \right\}, \quad (2)$$

где $t_p^{(0)}$ — величина припуска (в [мм]) без учета упругих и тепловых деформаций; $V_{3,0}$ — скорость продольной подачи; $v_3(\xi)$ — скорость упругих деформаций в направлении подачи; $X_{1,0}(t) = k_0^{(X)} \Xi$ — температурная деформация инструмента, отличающаяся от температуры на коэффициент $k_0^{(X)}$; T — время оборота.

Рассмотрим дополнительные силы $F^{(1)}$ и $F^{(3)}$, действующие на задние поверхности инструмента. Силы $F^{(1)}$ и $F^{(3)}$ зависят от сближения задних граней инструмента с деталью, которые быстро возрастают по мере их сближения, зависящего от кинематических значений задних углов. Их можно считать зависящими только от скоростей по направлениям X_1 и X_3 , так как $\varphi = \pi/2$ и $\varphi_1 \Rightarrow 0$. Вследствие этого:

$$F_0^{(3)}(t) = F_{3,0} \exp \alpha_2 [V_{0,3} - dX_3/dt]; F_0^{(1)}(t) = F_{1,0} \exp \alpha_3 [dX_{1,0}/dt - dX_1/dt], \quad (3)$$

где $F_{1,0}$ и $F_{3,0}$ — модули сил в области контакта при нулевой скорости упругих и тепловых деформаций; α_2 и α_3 — параметры, характеризующие крутизну увеличения сил в зависимости от скоростей в [с/мм]. Тогда уравнение динамики определяется (1–3).

При описании термодинамической подсистемы представим режущий инструмент как однопараметрический объект с сосредоточенной емкостью, в котором имеется источник производства тепла, а также описан механизм его отбора [17, 18]:

$$c_\theta M_\theta \frac{d\Xi}{dt} = Q_{вх} - Q_{вых} \quad (4)$$

где c_θ — удельная теплоемкость в [Дж/°С · кг]; M_θ — приведенная масса зоны резания в [кг]; $Q_{вх}$, $Q_{вых}$ — скорости производства и стока тепла в [Дж/с].

Известно [17–19], что производство тепла при резании определяется мощностью необратимых преобразований в областях первичной пластической деформации ($0-0^{(1)}$), контакта передней поверхности инструмента со стружкой ($0-0^{(2)}$) и задней грани с заготовкой ($0-0^{(3)}$) (нижняя иллюстрация на рис. 1). Принимая во внимание закон Фурье для стационарного состояния в дискретной форме, можно полагать, что сток тепла в единицу времени зависит от площади срезаемого слоя, градиента температуры по направлению теплообмена и коэффициента теплопроводности. Таким образом, упрощенное уравнение термодинамической системы для однопараметрического объекта с сосредоточенной емкостью, интерпретируемой как зона резания без раскрытия ее внутренней структуры, можно представить в виде:

$$c_{\theta} M_{\theta} \frac{d\Xi}{dt} = c_M (N_1 + N_2) - \lambda \frac{\Delta\theta}{\Delta X} S, \quad (5)$$

где N_1 , N_2 — мощности необратимых преобразований в зонах стружкообразования и контакта передней грани инструмента со стружкой; c_M — механический эквивалент тепла, следовательно, производство тепла в единицу времени выражается в [Дж/с]; λ — коэффициент теплопроводности [Дж/м·°C]; $\frac{\Delta\theta}{\Delta X}$ — градиент температуры в дискретной форме; S — площадь срезаемого слоя. Если при заданных технологических режимах пренебречь вариациями площади среза, параметрами процесса резания, рассматривать приращение температуры к температуре окружающей среды равной нулю, то уравнение (5) можно представить:

$$T_{\theta} \frac{d\Xi}{dt} = k_{\theta} (N_1 + N_2) - \Xi, \quad (6)$$

где T_{θ} — постоянная времени термодинамической подсистемы в [с], экспериментально определяемая по переходным процессам изменения температуры; k_{θ} — экспериментально определяемый коэффициент связи установившейся температуры с мощностью необратимых преобразований.

Учитывая отмеченные допущения, уравнение (6) является уравнением термодинамической подсистемы с постоянными параметрами. Следовательно, уравнение термодинамической подсистемы, в котором раскрыты источники производства тепла, усредненные условия теплообмена и изменение суммарной температуры в зоне резания без ее распределения в зонах резания и инструменте, можно представить в следующем виде:

$$T_{\theta} d\Xi / dt = k_{\theta} \rho_0 (\Xi) \{ \chi_2 (V_{2,0} - dX_2 / dt) + \chi_3 [(\phi)^{-1} V_{2,0} + V_{3,0} - dX_3 / dt] \} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow [t_P^{(0)} + X_{1,0}(t) - X_1(t)] \left\{ \int_{t-T}^t [V_{3,0} - v_3(\xi)] d\xi \right\} - \Xi, \quad (6)$$

где $V_{2,0}$ — заданная скорость резания; ϕ — коэффициент усадки стружки. В (6) не учитывается работа сил в области контактов задних граней инструмента, так как она на порядок меньше работы в области первичной пластической деформации и контакта передней грани со стружкой.

Необходимо подчеркнуть, что влияние термодинамической системы на механическую систему определяется влиянием температуры на давление стружки на переднюю стенку (7), а также температурными деформациями инструмента, которые считаются пропорциональными (учитывается уравнение (6) с координатами x_1 и x_Q (Q-температура)):

$$\rho_0(\Xi) = \rho_{0,0} \{ 1 + \mu \exp(-\alpha_{\theta} \Xi) \}, \quad (7)$$

где $\rho_{0,0}$ — давление стружки при температуре окружающей среды; μ — безразмерный коэффициент, определяющий изменение давления в области малых и высоких температур; α_{θ} — параметр в [°C⁻¹], определяющий крутизну изменения давления при увеличении температуры.

Рассмотрим равновесие в подвижной системе координат, движение которой определяется постоянными скоростями исполнительных элементов. При этом учтем, что в равновесии X_1^* , X_2^* , X_3^* и Ξ^* выполняются условия: $X_1^* = const$, $X_2^* = const$, $X_3^* = const$, $X_3^*(t) = X_3^*(t-T)$ и $\Xi^* = const$. Следовательно, производство тепла равно его оттоку в единицу времени. Тогда:

$$\begin{cases} c_{1,1}X_1^* + c_{2,1}X_2^* + c_{3,1}X_3^* = \chi_1\rho_{0,0}S_P^{(0)}[1 + \mu \exp(-\alpha_\theta \Xi^*)]t_{P,\Sigma} + F_{1,0}; \\ c_{1,2}X_1^* + c_{2,2}X_2^* + c_{3,2}X_3^* = \chi_2\rho_{0,0}S_P^{(0)}[1 + \mu \exp(-\alpha_\theta \Xi^*)]t_{P,\Sigma}; \\ c_{1,3}X_1^* + c_{2,3}X_2^* + c_{3,3}X_3^* = \chi_3\rho_{0,0}S_P^{(0)}[1 + \mu \exp(-\alpha_\theta \Xi^*)]t_{P,\Sigma} + F_{3,0} \exp(\alpha_2 V_{0,3}); \\ \Xi^* = k_\theta\rho_{0,0}S_P^{(0)}V_\theta t_{P,\Sigma}[1 + \mu \exp(-\alpha_\theta \Xi^*)], \end{cases} \quad (8)$$

где $V_\theta = \{\chi_2 V_{2,0} + \chi_3 [(\phi)^{-1} V_{2,0} + V_{3,0}]\}$ — эффективная скорость; $t_{P,\Sigma} = t_P^{(0)} + k_\theta^{(X)} \Xi^* - X_1^*$ — установившееся значение припуска в точке равновесия. Система (8) в диапазоне реального изменения параметров имеет единственное решение, так как всегда выполняется условие $t_P^{(0)} \chi(X_1^* - k_\theta^{(X)} \Xi^*)$.

Не останавливаясь на деталях, отметим основные направления исследований и проанализируем полученные результаты.

Во-первых, было проанализировано влияние термодинамических процессов на устойчивость. Для этого рассмотрено линеаризованное уравнение в вариациях (9).

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} + H \frac{dx}{dt} + Cx = 0, \quad (9)$$

$$\text{где } M = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; H = \begin{bmatrix} h_{1,1} + F_{0,1}\alpha_1 & h_{2,1} & h_{3,1} & 0 \\ h_{1,2} & h_{2,2} & h_{3,2} & 0 \\ h_{1,3} & h_{2,3} & h_{3,3} & 0 \\ 0 & k_\theta h_{x_2} & -k_\theta h_{x_3} & T_\theta \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} c_{1,1} + \chi_1 \chi_\theta \rho_0 S_P^{(0)} & c_{2,1} & c_{3,1} & \chi_1 \chi_\theta \rho_0 S_P^{(0)} k_\theta^{(x)} \\ c_{1,2} + \chi_2 \chi_\theta \rho_0 S_P^{(0)} & c_{2,2} & c_{3,2} & \chi_2 \chi_\theta \rho_0 S_P^{(0)} k_\theta^{(x)} \\ c_{1,3} + \chi_3 \chi_\theta \rho_0 S_P^{(0)} & c_{2,3} & c_{3,3} & \chi_3 \chi_\theta \rho_0 S_P^{(0)} k_\theta^{(x)} \\ k_\theta c_{x_1} & 0 & k_\theta c_{x_3} & (1 - k_\theta c_\theta) \end{bmatrix};$$

$x = \{x_1, x_2, x_3, \theta\}^T$; $\chi_\theta = [1 + \mu \exp(-\alpha_\theta \Xi^*)]$; $c_\theta = \rho_0 S_P^{(0)} V_\theta [\chi_\theta k_\theta^{(x)} - t_{P,\Sigma} \alpha_\theta \exp(-\alpha_\theta \Xi^*)]$ — параметр мощности необратимых преобразований в $\left[\frac{кз \cdot мм}{0 C \cdot c} \right]$; k_θ — параметр связи мощности необратимых преобразований с производством температуры в $\left[\frac{0 C \cdot c}{кз \cdot мм} \right]$; $c_{x_1} = \rho_0 \chi_\theta S_P^{(0)} V_\theta$ и $c_{x_2} = \rho_0 \chi_\theta t_{P,\Sigma} V_\theta$ — коэффициенты в $\left[\frac{кз}{c} \right]$; $h_{x_2} = \rho_0 \chi_\theta t_{P,\Sigma} S_P^{(0)} (\chi_2 + \phi^{-1} \chi_3)$ и $h_{x_3} = \rho_0 \chi_\theta t_{P,\Sigma} S_P^{(0)} \chi_3$ — коэффициенты в $[кз]$.

Таким образом, на устойчивость равновесия, кроме параметров механической подсистемы, оказывают влияние параметры термодинамической подсистемы и коэффициенты связи между ними.

Анализ результатов. Приведем примеры переходных процессов области устойчивости в плоскости варьируемых параметров.

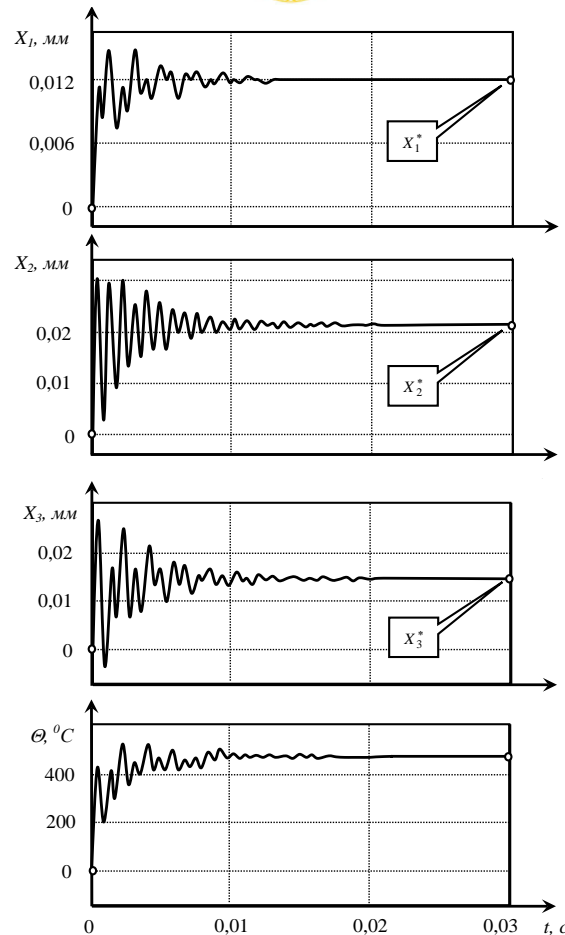


Рис. 2. Пример переходных процессов деформационных смещений и температуры при врезании инструмента

На рис. 2 приведен пример изменения координат X_1^* , X_2^* , X_3^* и Ξ^* при врезании инструмента в заготовку. На рис. 2 хорошо показана взаимосвязь изменения температуры Ξ^* и деформационных смещений (X_1^* , X_2^* , X_3^*), свидетельствующая о единстве процессов в механической и термодинамической подсистемах.

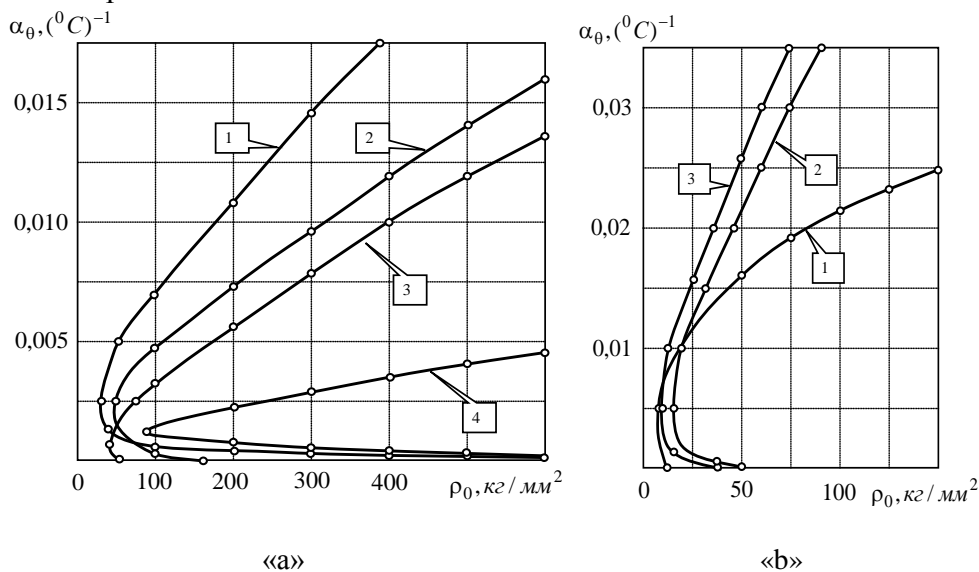


Рис. 3. Области устойчивости в плоскости $\rho_0 - \alpha_\theta$: «а» — (кривая 1 при $T_0 = 0,01 \text{ с}$, $c_{3,3} = 5000 \text{ кг/мм}$; кривая 2 при $T_0 = 0,05 \text{ с}$, $c_{3,3} = 5000 \text{ кг/мм}$; кривая 3 при $T_0 = 0,1 \text{ с}$, $c_{3,3} = 5000 \text{ кг/мм}$; кривая 4 при $T_0 = 0,4 \text{ с}$, $c_{3,3} = 5000 \text{ кг/мм}$); «b» — (кривая 1 при $T_0 = 0,02 \text{ с}$, $c_{3,3} = 5000 \text{ кг/мм}$; кривая 2 при $T_0 = 0,02 \text{ с}$, $c_{3,3} = 1000 \text{ кг/мм}$; кривая 3 при $T_0 = 0,02 \text{ с}$, $c_{3,3} = 400 \text{ кг/мм}$)

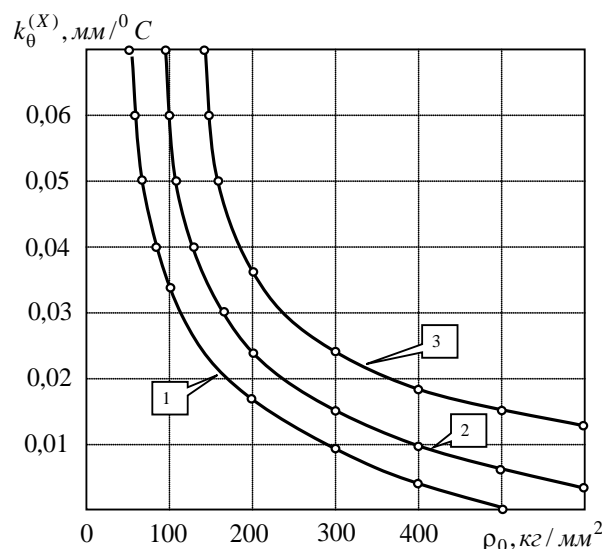


Рис. 4. Области устойчивости в плоскости $\rho_0 - k_\theta^{(X)}$: 1 - $T_\theta = 0,005 c$, 2 - $T_\theta = 0,02 c$, 3 - $T_\theta = 0,2 c$

Приведем пример изменения области устойчивости в плоскости варьируемых параметров $\rho_0 - k_\theta^{(X)}$ (рис. 4). Во всех случаях на рис. 3 и рис. 4 система устойчива слева от приведенных фигуративных линий. Мы видим, что для каждого значения параметра ρ_0 , характеризующего среднее давление стружки на переднюю поверхность инструмента, существует предельное значение $k_\theta^{(X)}$, при котором система теряет устойчивость равновесия.

Проведенные исследования на цифровых моделях показывают, что, как правило, увеличение теплоемкости и теплопроводности положительно сказываются на устойчивости системы, однако, начиная с некоторых значений условий теплообмена и накоплений тепла в зоне резанья, может наблюдаться обратная картина, когда термодинамические процессы приводят к потере устойчивости. Кроме этого, температурные деформации приводят к формированию дополнительной положительной обратной связи, которая не только способствует потере устойчивости, но и может вызывать образование хаотических аттракторов. Обычно при потере устойчивости в окрестности равновесия формируется притягивающее множество типа предельного цикла (рис. 5 «а»). Если при этом увеличить коэффициент $k_\theta^{(X)}$, то в системе спонтанно формируется хаотическая динамика, вариации деформационных смещений при этом во много раз превышают их значения при автоколебаниях (рис. 5). Заметим, что без учета термодинамической подсистемы в рассматриваемой модели хаотические колебания не образуются.

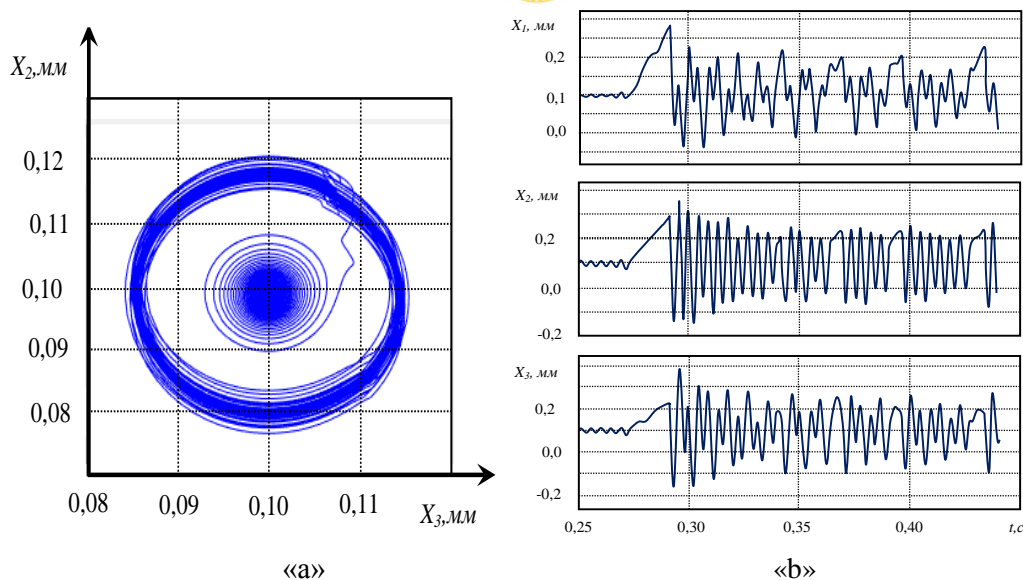


Рис. 5. Пример преобразования предельного цикла «а» в траекторию типа хаотической динамики «b»

Таким образом, термодинамическая подсистема не только может приводить к потере устойчивости равновесия динамической системы резания, но и, в некоторых случаях, способствует формированию хаотической динамики.

Заключение. Необратимые преобразования, подводимые к зоне резания энергии механической системы, могут существенно влиять на свойства процесса обработки — устойчивость точки равновесия, а также на формируемые в ее окрестности различные притягивающие множества. Точка равновесия динамической системы резания рассматривается в подвижной системе координат движения, которая определяется управляемыми траекториями исполнительных элементов станка. Как точка равновесия, так и притягивающие множества характеризуют упругие деформационные смещения, вершины режущего инструмента относительно обрабатываемой детали в точке контакта с ней инструмента. Таким образом, при потере устойчивости формируемые притягивающие множества непосредственно влияют на параметр качества изготавливаемой детали. Учет термодинамических процессов позволяет не только повысить достоверность изучения динамической системы резания, но и открыть новые, неизученные ранее направления стабилизации процесса обработки.

Библиографический список

1. Тлустый, И. Автоколебания в металлорежущих станках / И. Тлустый. — Москва: Машгиз, 1956. — 395 с.
2. Tobias, S. A. Machine Tool Vibrations. Blackie, London, 1965. — 350 p.
3. Кудинов, В. А. Динамика станков / В. А. Кудинов. — Москва: Машиностроение, 1967. — 359 с.
4. Zakovorotny, V.L. Bifurcations in the dynamic system of the mechanic processing in metal-cutting tools. WSEAS Journal of Transactions on Applied and Theoretical Mechanics. — 2015. — Vol. 10. — P. 102 – 116.
5. Заковоротный, В. Л. Влияние изгибных деформаций инструмента на самоорганизацию и бифуркации динамической системы резания металлов / В. Л. Заковоротный, Д. Т. Фам, В. С. Быкадор // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. — 2014. — Т. 22. — № 3. — С. 40–52.

6. Zakovorotnyi V.L., Lukyanov A.D., Gubanova A.A., Khristoforova V.V. Bifurcation of stationary manifolds formed in the neighborhood of cutting. *Journal of Sound and Vibration*. 2016. Т. 368. С. 174-190.

7. Заковоротный, В. Л. Использование синергетической концепции для изучения устойчивости формообразующих траекторий попутного фрезерования / В. Л. Заковоротный, А. А. Губанова, А. Д. Лукьянов // СТИН. — 2016. — № 4. — С. 32–40.

8. Заковоротный, В. Л. Условия параметрического самовозбуждения динамической системы фрезерования концевыми фрезами / В. Л. Заковоротный, А. А. Губанова, А. Д. Лукьянов // СТИН. — 2016. — № 6. — С. 10–16.

9. Заковоротный, В. Л. Притягивающие множества при фрезеровании концевыми фрезами / В. Л. Заковоротный, А. А. Губанова, А. Д. Лукьянов // СТИН. — 2016. — № 8. — С. 27–33.

10. Заковоротный, В. Л. Параметрическое самовозбуждение динамической системы резания / В. Л. Заковоротный, Т. Х. Фам // Вестник Донского государственного технического университета. — 2013. — Т.13. — № 5–6 (74). — С. 97–103.

11. Заковоротный, В. Л. Моделирование динамической связи, формируемой процессом точения, в задачах динамики процесс резания (скоростная связь) / В. Л. Заковоротный [и др.] // Вестник Донского государственного технического университета. — 2011. — Т.11. — № 2 (53). — С. 137–146.

12. Заковоротный, В. Л. Моделирование динамической связи, формируемой процессом точения, в задачах динамики процесса резания (позиционная связь) / Заковоротный [и др.] // Вестник Донского государственного технического университета. — 2011. — Т.11. — № 3 (54). — С. 301–311.

13. Мурашкин, Л. С. Прикладная нелинейная механика станков / Л. С. Мурашкин, С. Л. Мурашкин. — Ленинград: Машиностроение, 1977. — 192 с.

14. Заковоротный, В. Л. Динамика процесса резания. Синергетический подход / В. Л. Заковоротный, М. Б. Флек. — Ростов-на-Дону: Терра, 2006. — 880 с.

15. Хакен, Г. Тайны природы. Синергетика: учение о взаимодействии / Г. Хакен. — Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. — 320 с.

16. Колесников, А. А. Синергетика и проблемы теории управления / А. А. Колесников. — Москва: Физматлит, 2004. — 504 с.

17. Резников, А. Н. Тепловые процессы в технологических системах / А. Н. Резников, Л. А. Резников. — Москва: Машиностроение, 1990. — 288 с.

18. Леонова, В. Ф. Термодинамика / В. Ф. Леонова. — Москва: Высшая школа, 1968. — 158 с.

19. Рыжкин, А. А. Теплофизические процессы при изнашивании инструментальных режущих материалов / А. А. Рыжкин. — Ростов-на-Дону: Издательский центр ДГТУ, 2005. — 311 с.

20. Ляпунов, А. М. Общая задача об устойчивости движения / А. М. Ляпунов. — Москва: Гостехиздат, 1950. — 472 с.

21. Макаров, А. Д. Износостойкость режущих инструментов / А. Д. Макаров. — Москва: Машиностроение, 1966. — 278 с.

22. Gouskov, A.M., Voronov, S.A., Paris, H., and Batzer, S.A., Nonlinear dynamics of a machining system with two interdependent delays, *Commun. Nonlin.Sci. Numer. Simul.*, 2002, vol. 7, p. 207.