УДК 681.3.681.5

# ИССЛЕДОВАНИЕ МИНИМАКСНОЙ ЗАДАЧИ С НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЯМИ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ МОДИФИЦИРОВАННОЙ МОДЕЛИ ГОЛДБЕРГА

***Кобак В. Г., Артозей Г. А.***

Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону, Российская Федерация

valera33305@mail.ru

galina.artozey@mail.ru

Рассматривается решение задачи из класса NP-полных, а именно однородной минимаксной задачи теории расписаний. Особенность задачи заключается в том, что среди однородных нагрузок встречаются такие, чьи значения неопределенны. Для решения задачи были выбраны алгоритм критического пути и генетический, а также их модификации. Использование генетического алгоритма будет основываться на модели Голдберга, в которой использован принцип участия каждой особи в кроссовере и принцип элитизма, где элитой будут выступать особи, построенные на основе решения зачади методом критического пути, и его модификациями. Для решения такой задачи и выявления перспективного алгоритма, был проведен вычислительный эксперимент, а на его основе сделаны выводы.

**Ключевые слова:** однородная задача, генетический алгоритм, скрещивание, мутация, метод критического пути, модель Голдберга, элитизм, теория расписаний.

UDC 681.3.681.5

# INVESTIGATION OF A MINIMAX PROBLEM WITH UNCERTAINTIES WITH THE USE OF MODIFIED GOLDBERG MODEL

***Kobak V. G., Artozey G. A.***

Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

valera33305@mail.ru

galina.artozey@mail.ru

The article considers the solution of the problem from the class of NP-complete, namely, the homogeneous minimax problem of scheduling theory. The peculiarity of the problem lies in the fact that among the homogeneous loads there are inhomogeneities. To solve the problem, the critical path and genetic algorithms, as well as their modifications, were chosen. The use of the genetic algorithm will be based on the Goldberg model, which uses the principle of participation of each individual in the crossover and the principle of elitism, where the elite will be the individuals built on the basis of the solution of the conception by the critical path, and its modifications. To solve the problem and identify an effective algorithm, an experiment was conducted and conclusions were drawn on its basis.

**Keywords:** homogeneous problem, genetic algorithm, crossing, mutation, critical path method, Goldberg model, elitism, scheduling theory

**Введение.** Планирование — процесс принятия решений, используемый во многих производственных процессах и сферах обслуживания. Оно представляет собой распределение ресурсов по задачам в соответствии с заданными временными периодами и ориентировано на оптимизацию одной или нескольких целей. В разных случаях ресурсы и задачи могут принимать множество различных форм. Ресурсами могут являться станки в цеху, взлетно-посадочные полосы в аэропорту, рабочие на стройплощадке, процессоры вычислительного оборудования и так далее. Соответственно, задачами могут быть операции производственного процесса, взлеты и посадки в аэропорту, этапы строительного проекта, выполнение компьютерных программ и так далее. Цели также могут принимать множество различных форм. В одном случае целью может являться минимизация времени завершения последней задачи, в другом — минимизация количества задач, выполненных после ожидаемого срока их завершения.

**Постановка задачи.** Рассмотрим математическую постановку однородной минимаксной задачи. Имеется вычислительная система (ВС), состоящая из несвязанных идентичных устройств (приборов, процессоров и т.п.) $P = \{p_1, p_2, ..., p_N\}$. На обслуживание в ВС поступает набор из *M* независимых параллельных заданий (работ) $T = \{t_1, t_2, ..., t_M\}$. Известно время решения $\tau(t_i)$ задания на любом из устройств. При этом каждое задание должно выполняться хотя бы на одном из устройств (процессоре). В каждый момент времени отдельный процессор обслуживает не более одного задания и выполнение задания не прерывается для передачи на другой процессор. Требуется найти распределение заданий по процессорам, не допускающее больших отклонений в загрузке всех процессоров, что равносильно требованию минимизации загрузки наиболее загруженного процессора (минимаксный критерий). Под расписанием следует понимать отображение $A_R : T \rightarrow P$ такое, что, если $A_R(t_i) = p_j$, то говорят, что задание $t_i \in T$ в расписании $A_R$ назначено на процессор $p_i \in P$. При сделанных выше допущениях расписание можно представить разбиением множества заданий *T* на *N* непересекающихся подмножеств $T_j;\ j = 1,..., N$. При этом наилучшим будет расписание, минимизирующее загрузку наиболее загруженного процессора: $F = \min\limits_{A_1, A_2, ...} \max\limits_{1 \le j \le N} \sum\limits_{t_i \in T_j} \tau(t_i)$.

**Базовые генетические алгоритмы (ГА).** Для решения минимаксной задачи с неопределенностями была выбрана модификация модели Голдберга, в которой по очереди первым родителем становится каждая особь, а второй родитель выбирается случайным образом. Из 2-х получившихся потомков выбирается сильнейший, и, если он лучше первого родителя, то становится на его место.

Распишем этот алгоритм пошагово:

Шаг 1. Формируется начальное поколение, оцениваем каждую особь на выживаемость.

Шаг 2. Производим скрещивание и мутацию для каждой особи поочередно.

Шаг 3. Проверяем условие окончания алгоритма (неизменность лучшего решения на протяжении заданного количества повторений). Иначе переходим к шагу 2.

Шаг 4. Лучшую особь определяем как решение.

Вторая модификация модели Голдберга — применение элиты. В нашем случае количество элитных особей равно 1. Элитная особь не изменяется кроссовером и не мутирует, но участвует в формировании новых особей, как особь из которой берут гены. Если элитная особь становится слабее любой другой особи в поколении, ее место занимает сильнейшая. В данной работе элитная особь будет сформирована на основе решения методом критического пути и его модификаций.

**Метод критического пути (МКП).** Данный метод относится к списочным алгоритмам. Принцип МКП заключается в том, что очередное задание из списка заданий, упорядоченных по убыванию, назначается на процессор с самой минимальной суммарной загрузкой. Модификация алгоритма будет осуществляться путем сортировки матрицы заданий различными способами:

Модификация 1. По убыванию значений нагрузки.

Модификация 2. По количеству бесконечностей в строке матрицы.

Модификация 3. По убыванию нагрузки, но при одинаковых значениях, они упорядочиваются по убыванию количества неоднородностей.

**Анализ модификаций.** Для определения эффективности алгоритмов был реализован программный комплекс, с помощью которого проведены эксперименты с алгоритмами и их модификациями, используя для исследования различное количество параллельно работающих устройств и заданий. Количество различных матриц для расчета средних значений было сгенерировано равное 100. Диапазон параметров, который работа может принимать при выполнении на процессоре, — [25; 30]. Вероятность кроссовера и вероятность мутации — 1, т.е. выполняется в любом случае. Количество особей в популяции — 10. Количество повторений лучшего решения — 5.

Сравниваемые алгоритмы:

Алгоритм 1 — метод критического пути (матрица заданий не отсортирована).

Алгоритм 2 — метод критического пути (модификация 1).

Алгоритм 3 — метод критического пути (модификация 2).

Алгоритм 4 — метод критического пути (модификация 3).

Алгоритм 5 — генетический алгоритм модификация модели Голдберга (без элиты).

Алгоритм 6 — генетический алгоритм модификация модели Голдберга с элитой, сформированный алгоритмом 2.

Алгоритм 7 — генетический алгоритм модификация модели Голдберга с элитой, сформированный алгоритмом 3.

Алгоритм 8 — генетический алгоритм модификация модели Голдберга с элитой, сформированный алгоритмом 4.

**Результаты вычислительного эксперимента для однородной минимаксной задачи.** В таблице 1 представлены средние значения для количества задач *M* и процессоров *N*.

Таблица 1

Результаты алгоритмов

| N | M | Средние значения максимальной загрузки | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Алгоритм №1 | Алгоритм №2 | Алгоритм №3 | Алгоритм №4 | Алгоритм №5 | Алгоритм №6 | Алгоритм №7 | Алгоритм №8 |
| 2 | 53 | 743,74 | 743,8 | 736,97 | 740,23 | 731,51 | 733,29 | 732,64 | 733,4 |
| 2 | 101 | 1404,28 | 1404,71 | 1397,3 | 1402,1 | 1391,72 | 1393,7 | 1393,3 | 1393,57 |
| 3 | 53 | 502,08 | 498,63 | 494,66 | 495,02 | 493,27 | 492,98 | 493,98 | 493,17 |
| 3 | 101 | 943,28 | 940,19 | 936,38 | 935,32 | 933,48 | 934,33 | 934,05 | 934,46 |
| 4 | 53 | 383,13 | 383,1 | 378,72 | 382,5 | 378,86 | 380,28 | 377,27 | 380,77 |
| 4 | 101 | 711,54 | 713,49 | 707,39 | 713,1 | 709,35 | 710,66 | 706,27 | 711,53 |

**Заключение.** Как видно из результатов, представленных в таблице №1, модель Голдберга и различные ее модификации дают лучшие результаты по сравнению с алгоритмом критического пути для однородной минимаксной задачи с неоднородностями.

**Библиографический список**

1. Эффективные методы решения однородных распределительных задач на основе минимаксного критерия / В. Г. Кобак [и др.]. — Ростов-на-Дону: Издательский центр ДГТУ, 2013. — 99 с.

2. Кобак, В. Г. Методический подход к улучшению работы генетического алгоритма в однородной минимаксной задаче / В. Г. Кобак, Д. В. Титов, В. В. Кобак // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2010. — Т. 10, № 4(47). — С. 474–479.

3. Кобак, В. Г. Повышение эффективности генетического алгоритма на базе модели Голденберга за счет применения элиты / В. Г. Кобак [и др.] // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Технические науки. — 2014. — № 3. — С. 12–15.

4. Кобак, В. Г. Повышение эффективности генетического алгоритма на базе модели Голденберга за счет применения элиты / В. Г. Кобак [и др.] // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Технические науки. — 2016. — № 1. — С. 41–46.