

УДК 621.9:531.3

**ПЕРЕСТРОЙКА ДИНАМИЧЕСКОЙ
СИСТЕМЫ РЕЗАНИЯ В ПРОЦЕССЕ
ЭВОЛЮЦИИ. ПРОБЛЕМЫ
МАТЕМАТИЧЕСКОГО
МОДЕЛИРОВАНИЯ**

Гвинджилия В. Е.

Донской государственный технический университет,
Ростов-на-Дону, Российская Федерация

sinedden@yandex.ru

Рассматривается перестройка динамической системы резания в процессе её эволюции. В отличие от ранее выполненных исследований, изменение параметров системы представляется как естественный, а не детерминированный процесс, зависящий от работы и мощности необратимых преобразований энергии в зоне резания. Поэтому параметры динамической связи, в процессе обработки металла, зависят от траектории работы и мощности необратимых преобразований в областях сопряжения задних граней инструмента с деталью и зоной стружкообразования. Таким образом, эволюция параметров динамической системы зависит от указанных выше траекторий. Однако само изменение параметров и мощность необратимых преобразований влияют на работу. Приводится математическое моделирование этой функционально связанной динамической системы.

Ключевые слова: динамическая система резания, эволюция системы, оператор Вольтера, непотенциальные системы.

Введение. Современные металлорежущие станки с ЧПУ позволяют добиться высокого качества изготавливаемой детали. Однако с увеличением времени эксплуатации станка параметры процесса резания и результаты обработки детали качественно изменяются. Изменяются свойства и самого станка, например, изнашиваются его направляющие и др. [1–3]. Изменение свойств процесса резания отображает его эволюцию, проявляющуюся в развитии износа инструмента и изменении параметров динамической связи, формируемой процессом обработки [4, 5]. Именно эти изменения вызывают вариации геометрических размеров и показателей качества изготовления

UDC 621.9:531.3

**REORGANIZATION OF THE DYNAMIC
CUTTING SYSTEM IN THE PROCESS OF
ITS EVOLUTION. MATHEMATICAL
MODELING PROBLEM**

Gvindzhiliya V.E.

Din State Technical University, Rostov-on-Don,
Russian Federation

senedden@yandex.ru

The article considers reorganization of the dynamic cutting system in the process of its evolution. In contrast to the previously done researches the change of the system parameters are presented as the natural process, not a deterministic process, depending on the work and the power of the irreversible energy transformation in the cutting zone. Consequently, the dynamic link parameters in metalworking process depend on the trajectories of work and the power of the irreversible transformations in the areas of interaction of the tool backsides with the detail and the chip formation zone. Therefore, the evolution of the dynamic system parameters depends on the trajectories described above. However, the parameters evolution affects the work and the power of the irreversible transformation. The mathematical modeling of this functionally connecting dynamic system is showed.

Keywords: dynamic cutting system, evolution of the system, Voltaire's operator, nonpotential systems.

детали. Поэтому необходимо рассмотреть факторы, связанные с изменениями свойств резания, которые обусловлены накоплением по пути различных дефектов самого процесса. Они зависят от траектории мощности необратимых преобразований подводимой энергии в зоне резания. Ранее свойство необратимых преобразований энергии механической системы в зоне резания использовалось для оценивания эволюции износа режущего инструмента с помощью интегральных операторов, в то числе, и в виде интегрального оператора Вольтера второго рода [6]. В свою очередь, траектория мощности по работе зависит от свойств динамической системы. При моделировании этой системы рассматриваются взаимодействующие через обработку подсистемы со стороны инструмента и обрабатываемой детали [7–15]. Анализируется влияние на свойства динамической системы таких возмущений, как биения и кинематические возмущения [16]. В предлагаемом исследовании обобщаются полученные ранее материалы по эволюции динамической системы на случай эволюции свойств всей динамической системы, включающих не только износ инструмента, но и динамические свойства, включающие устойчивость и формируемые в окрестности траекторий притягивающие множества. Последние имеют большое значение в формировании геометрической топологии обрабатываемой детали.

Математическое моделирование эволюционных изменений в процессе резания.

Рассмотрим продольное точение недеформируемой детали с постоянными режимами: скоростями поперечных $V_{1,0} = 0$ и продольных $V_{3,0} = const$ перемещений суппорта; скоростью резания $V_{2,0} = const$ и глубиной $t_p^{(0)} = const$. Уравнение динамики системы можно представить в виде [9–11, 13, 17–27]

$$m \frac{d^2 X}{dt^2} + h \frac{dX}{dt} + cX = F_{\Sigma}(X, V_{i,0}, p_s), i=1,2,3; s=1,2,\dots,k, \quad (1)$$

где $m = [m_{s,k}]$, $m_{s,k} = m$, $npu: s=k$, $m_{s,k} = 0$, $npu: s \neq k$, $s, k = 1,2,3$ в $кгс^2 / мм$,
 $h = [h_{s,k}]$, $s, k = 1,2,3$ в $кгс / мм$, $c = [c_{s,k}]$, $s, k = 1,2,3$ в $кг / мм$ — симметричные, положительно определенные матрицы инерционных, скоростных и упругих коэффициентов; $X = \{X_1, X_2, X_3\}^T$ — вектор упругих деформационных смещений вершины инструмента относительно несущей системы станка;

$F_{\Sigma}(X, V_{1,0}, V_{2,0}, V_{3,0}, p_i) = \{F_{\Sigma,1}(X, V_{1,0}, V_{2,0}, V_{3,0}, p_i), F_{\Sigma,2}(X, V_{1,0}, V_{2,0}, V_{3,0}, p_i), F_{\Sigma,3}(X, V_{1,0}, V_{2,0}, V_{3,0}, p_i)\}$ — математическая модель динамической связи, формируемой процессом резания, характеризующая представление сил резания в координатах состояния динамической системы и возмущениях, в том числе — управлениях. В математическое описание сил входят параметры $p_i, i=1,2,\dots,k$, изменяющиеся в ходе эволюции. На основе синергетической концепции [17] для изучения динамики необходимо силы, действующие на инструмент, представить в координатах состояния и внешних воздействиях. При моделировании сил учтем главные известные свойства процесса

резания: силы $F = \{F_1, F_2, F_3\}^T$, действующие на переднюю поверхность инструмента, зависят от площади срезаемого слоя; их изменение запаздывает по отношению к изменениям этой площади, следовательно, по отношению к деформационным смещениям инструмента; они уменьшаются при увеличении скорости резания; при движении инструмента в сторону контакта с задней гранью (главной или вспомогательной) наблюдается зависящие от скорости сближения поверхностей силы. Последнее приводит к изменению сил, действующих по нормали к задней грани (главной $\Phi^{(3)} = \{0, \Phi_2^{(3)}, \Phi_3^{(3)}\}^T$ и вспомогательной $\Phi^{(1)} = \{\Phi_1^{(1)}, \Phi_2^{(1)}, 0\}^T$), а также сил трения в области их контакта (рис. 1). В рамках настоящего исследования коэффициент трения k_T в областях контакта задних граней считается равным и постоянным. Тогда $\Phi_2^{(1)} = k_T \Phi_1^{(1)}$, $\Phi_2^{(3)} = k_T \Phi_3^{(3)}$. В дальнейшем удобнее рассматривать сумму сил $\Phi = \Phi^{(1)} + \Phi^{(3)} = \{\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3\}^T$. С учетом высказанных положений силы $F = \{F_1, F_2, F_3\}^T$ определяются

$$\left\{ \begin{aligned} T_1 dF_1 / dt + F_1 &= \rho_0 \chi_1 \{1 + \mu \exp[-\alpha(V_{0,2} + \Delta V_2(t) - dX_2 / dt)]\} [t_P^{(0)} + \Delta X_1(t) - X_1(t)] \int_{t-T}^t \{V_{0,3} - dX_3 / dt + \Delta V_3(t)\} dt; \\ T_2 dF_2 / dt + F_2 &= \rho_0 \chi_2 \{1 + \mu \exp[-\alpha(V_{0,2} + \Delta V_2(t) - dX_2 / dt)]\} [t_P^{(0)} + \Delta X_1(t) - X_1(t)] \int_{t-T}^t \{V_{0,3} - dX_3 / dt\} dt; \\ T_3 dF_3 / dt + F_3 &= \rho_0 \chi_3 \{1 + \mu \exp[-\alpha(V_{0,2} + \Delta V_2(t) - dX_2 / dt)]\} [t_P^{(0)} + \Delta X_1(t) - X_1(t)] \int_{t-T}^t \{V_{0,3} - dX_3 / dt\} dt, \end{aligned} \right. \quad (2)$$

где $T_i, i=1,2,3$ — постоянные времени запаздывания сил; ρ_0 — давление на переднюю поверхность инструмента в области малых скоростей; μ — коэффициент соотношения сил в областях малых и больших скоростей; α — коэффициент, определяющий убывание сил при увеличении скорости; χ_1, χ_2, χ_3 — угловые коэффициенты ориентации сил, удовлетворяющие условиям нормировки $(\chi_1)^2 + (\chi_2)^2 + (\chi_3)^2 = 1$; $T = 1/\Omega_0$ — время оборота детали; $\Delta X_i(t)$, $\Delta V_i(t) = d\Delta X_i / dt$, $i=1,2,3$ — заданные функции биений и кинематических возмущений. Силы, действующие на задние грани инструмента равны

$$\left\{ \begin{aligned} \Phi_1 &= \rho_1 \left\{ \int_{t-T}^t [V_{0,3} - dX_3 / dt] dt - \Delta X_3(t) \right\} \exp[\alpha_1(\Delta V_1(t) - dX_1 / dt)]; \\ \Phi_2 &= k_T [\Phi_1 + \Phi_3]; \\ \Phi_3 &= \rho_3 [t_P^{(0)} + \Delta X_1(t) - X_1(t)] \exp \alpha_3 [V_{0,3} - dX_3 / dt + \Delta V_3(t)], \end{aligned} \right. \quad (3)$$

где ρ_1, ρ_3 — удельные силы, приведенные к длине контакта в $[кг/мм]$; α_1, α_3 — коэффициенты крутизны нарастания сил. Как видно, в уравнения (2) и (3) введены дополнительные, не связанные с управлением $V = \{0, V_{0,2}, V_{0,3}\}^T$, воздействия, определяемые периодическими функциями кинематических возмущений и биений. Причем, $\frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} \Delta X_i(\xi) d\xi_{T_0 \rightarrow \infty} \Rightarrow 0$, $\frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} \Delta V_i(\xi) d\xi_{T_0 \rightarrow \infty} \Rightarrow 0$.

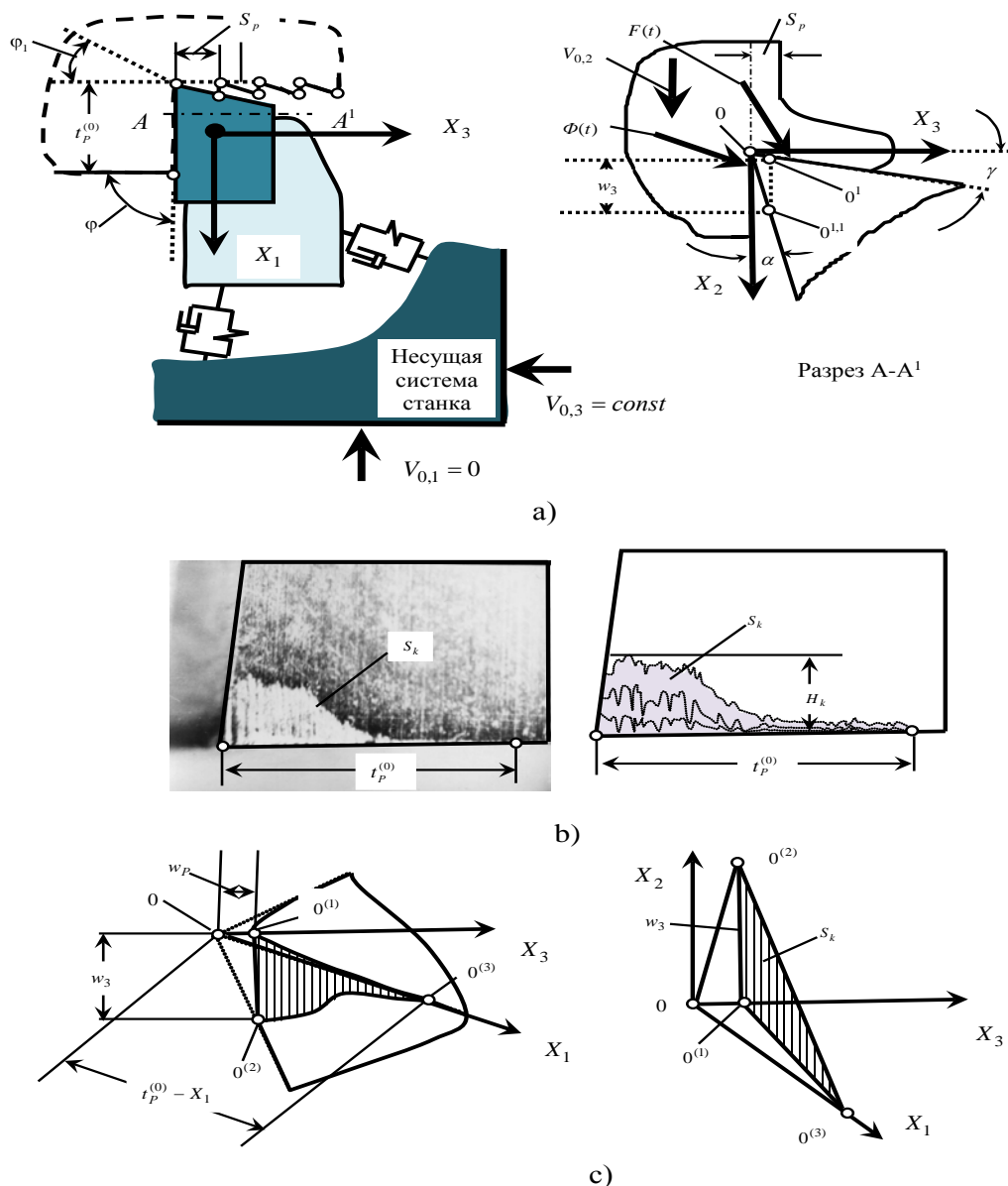


Рис. 1. Схема модели развития износа: а — динамическая модель системы резания; б — фотография и схема развития износа по задней грани инструмента (точечные кривые); с — схема развития износа в виде треугольной аппроксимации

Системы (1)–(3) позволяют выяснить свойства сил, действующих на грани инструмента и траектории деформационных смещений. Как правило, в динамической системе резания устанавливается некоторый стационарный режим, характеризующий притягивающие множества деформационных смещений и сил. В зависимости от параметров, как показано ранее [16, 17–31], в системе наблюдаются притягивающие множества деформационных смещений и сил, характеризующие детерминированную и (или) хаотическую динамику. Это предельные циклы, торы и хаотические аттракторы.

Параметры систем (1)–(3) обладают свойством «медленной» эволюции и главный фактор, влияющий на них, является износ инструмента. Основные параметры, влияющие на динамику: $p_1 = \rho_0$, $p_2 = \rho_1$, $p_3 = \rho_3$, $p_4 = T_1$, $p_5 = T_2$, $p_6 = T_3$, $p_7 = \alpha_1$, $p_8 = \alpha_3$, $p_9 = \alpha$. В дальнейшем значения этих параметров будем считать начальными. Сами же параметры являются функциями износа граней инструмента. Для определения эволюции износа будем опираться на его связь с фазовой

траекторией мощности необратимых преобразований в областях сопряжений рассматриваемых поверхностей с деталью или стружкой. Если задана траектория объемного износа в функции работы необратимых преобразований в области контакта задних граней $w_1[A_1(t)]$ и $w_3[A_3(t)]$ с деталью и передней грани $w_2[A_2(t)]$ со стружкой, то его скорость равна

$$v_{w_i}(t) = \frac{\partial w_i}{\partial A_i} N_i(t), \quad i = 1, 2, 3, \quad (4)$$

где $\frac{\partial w_i}{\partial A_i}$ — интенсивность объемного износа по работе необратимых преобразований в $\left[\frac{\text{мм}^3}{\text{кГм}} \right]$;

$N_i(t)$, $A_i(t)$ — мощность и работа необратимых преобразований соответственно в $\left[\frac{\text{кГм}}{\text{с}} \right]$ и $[\text{кГм}]$.

Для моделирования $\frac{\partial w_i}{\partial A_i}$ учтем, что интенсивность изнашивания зависит от текущего значения мощности необратимых преобразований с учетом ее предыстории по работе. Тогда для определения $\frac{\partial w_i}{\partial A_i}$ можно воспользоваться оператором Вольтера второго рода [4–6]

$$\frac{\partial w_i}{\partial A_i} = c_{w_i} \int_0^{A_i} w(A_i - \zeta) N_i(\zeta) d\zeta, \quad (5)$$

где c_{w_i} — нормировочный коэффициент в $\left[\left(\frac{\text{мм}}{\text{кГм}} \right)^3 \text{с} \right]$; $w(A - \zeta)$ — безразмерное ядро интегрального

оператора (ядро в первом приближении представляется в виде $w(A - \zeta) = \exp\left[-\frac{1}{T_w}(A - \zeta)\right]$); T_w —

постоянная работы, имеющая размерность кГм . Если известна $\frac{\partial w_i}{\partial A_i}$, то на основе (4) можно

определить скорость объемного износа, следовательно, функция износа во времени

$$w_i(t) = \int_0^t v_{w_i}(\xi) d\xi. \quad (6)$$

В технических приложениях величину износа принято оценивать в виде линейной величины фаски износа по задней грани и глубины лунки износа по передней поверхности. Экспериментальные исследования показали, что основным фактором, влияющим на параметры $p_i, i = 1, 2, \dots, 9$, является износ по задним граням $w_i, i = 1, 3$. Кроме этого существует вполне определенная связь, между износом по задним граням, оцениваемая в виде объемного износа и в виде величины фаски износа. В экспериментах величину фаски износа определить существенно проще. Для определения связи объемного износа с величиной фаски износа необходимо учитывать, что изношенная поверхность развивается крайне неравномерно и при этом изменяется не только поверхность, но и ее конфигурация по направлению скорости резания (рис. 1 б). Например, по мере увеличения фаски износа изменяется радиус вершины инструмента и приведенный к вершине задний угол [32]. Однако при заданной глубине резания связь между удаляемым объемом материала с инструмента и линейной величиной фаски износа определяется квадратичной зависимостью. Если воспользоваться гипотезой развития износа по плоскости, проходящей через направление вершины режущей кромки и скорости резания в установившемся состоянии и без вибраций, то связь между объемами изношенного материала $V_3^{(H)}$ и $V_1^{(H)}$, шириной фаски износа w_1 и w_3 определяется (рис. 1 с)

$$\begin{cases} V_3^{(H)} = \frac{1}{6}(t_p^{(0)} - X_1)(w_3)^2 \operatorname{tg}(\alpha); \\ V_1^{(H)} = \frac{1}{6}(S_p^{(0)} - X_3)(w_1)^2 \operatorname{tg}(\alpha^1), \end{cases} \quad (7)$$

где α , α^1 — соответственно задние главный и вспомогательный углы.

Уравнения (1)–(6) характеризуют функциональные интегро-дифференциальные уравнения динамики системы резания, в которой параметры $p_i(w_1, w_3)$, $i = 1, 2, \dots, 9$, и износ инструмента эволюционируют в зависимости от траектории мощности необратимых преобразований по совершенной работе. В этих уравнениях работа и мощность необратимых преобразований зависит от параметров системы, а сами параметры зависят от траектории мощности по работе. Анализ такой системы вызывает большие сложности. Однако необходимо отметить, что эволюционные изменения параметров происходят достаточно медленно и в пределах импульсных реакций динамической системы резания их можно считать постоянными. Тогда для анализа эволюции системы можно воспользоваться двумя приемами. Первый основан на алгоритмах скользящей линеаризации. Второй опирается на вычислении стационарной эволюционной траектории.

Тогда разбивая временной отрезок эволюции на скользящие временные окна, можно оценивать свойства системы в момент t_i на основе значения параметров в момент t_{i-1} . В этом случае имеем заниженные изменения параметров. Если оценивать значения параметров в момент t_{i-1} по их величинам в момент t_i , то получаем завышенные изменения параметров и соответственно свойств системы. Практика исследований показывает, что при выборе временных отрезков разбиения не больше ста импульсных реакций системы, их значения практически совпадают.

Проанализировав динамику системы на реальных режимах было выяснено, что силы $\Phi_1(t)$ и $\Phi_3(t)$, принципиально зависящие от X , не обладают потенциальными свойствами. Поэтому на виртуальных перемещениях они совершают работу. Изменение сил $\Phi_1(t)$ и $\Phi_3(t)$ вызывает вариации объема пластической деформации в зоне резания, поэтому они приводят к изменениям параметров ρ_0 , T_1 , T_2 и T_3 . В ходе эволюции наблюдается скругление вершины инструмента, что приводит к увеличению параметров ρ_1 и ρ_3 .

Эволюционная перестройка динамической системы резания. Эволюционные изменения в динамической системе являются медленными функциями времени. Силы, формируемые в области контакта задней грани инструмента, являются непотенциальными. Таким образом, совокупность этих факторов позволила выбрать следующую методику вычисления эволюции износа инструмента и параметров динамической связи во времени. В процессе обработки металла выбирается приращение времени Δt , на котором изменениями параметров можно пренебречь. Тогда время разбивается на множество дискретных значений Δt_i и в пределах каждого временного интервала вычисляются значения мощности и работы, а также определяются приращения параметров. На каждом следующем шаге интегрирования при вычислении $A_3(t)_{t \in \Delta t_{i+1}}$, $N_3(t)_{t \in \Delta t_{i+1}}$ ставятся параметры, определенные на предыдущем шаге интегрирования. При этом получаются несколько заниженные значения износа. Если в качестве начальных α_1 и α_3 взять их значения, вычисленные после первого шага интегрирования, то получаем завышение значения износа. Тем самым оценивается окно, в пределах которого находится точное в соответствии с моделью значение износа. Необходимо учитывать связь площади контакта с его высотой. На рис. 1. b (левая иллюстрация) приведен пример фотографии износа. Здесь ширина ленточки $H_i = 0,6 \text{ мм}$. На правой иллюстрации приведены точечными диаграммами изменения площадки контакта по мере эволюции износа. Установлено, что площадь S_i контакта примерно определяется соотношением

$S_i = \frac{1}{3} t_{P,0} H_i$. Приведем пример эволюционной перестройки деформационных смещений инструмента во времени (рис. 2).

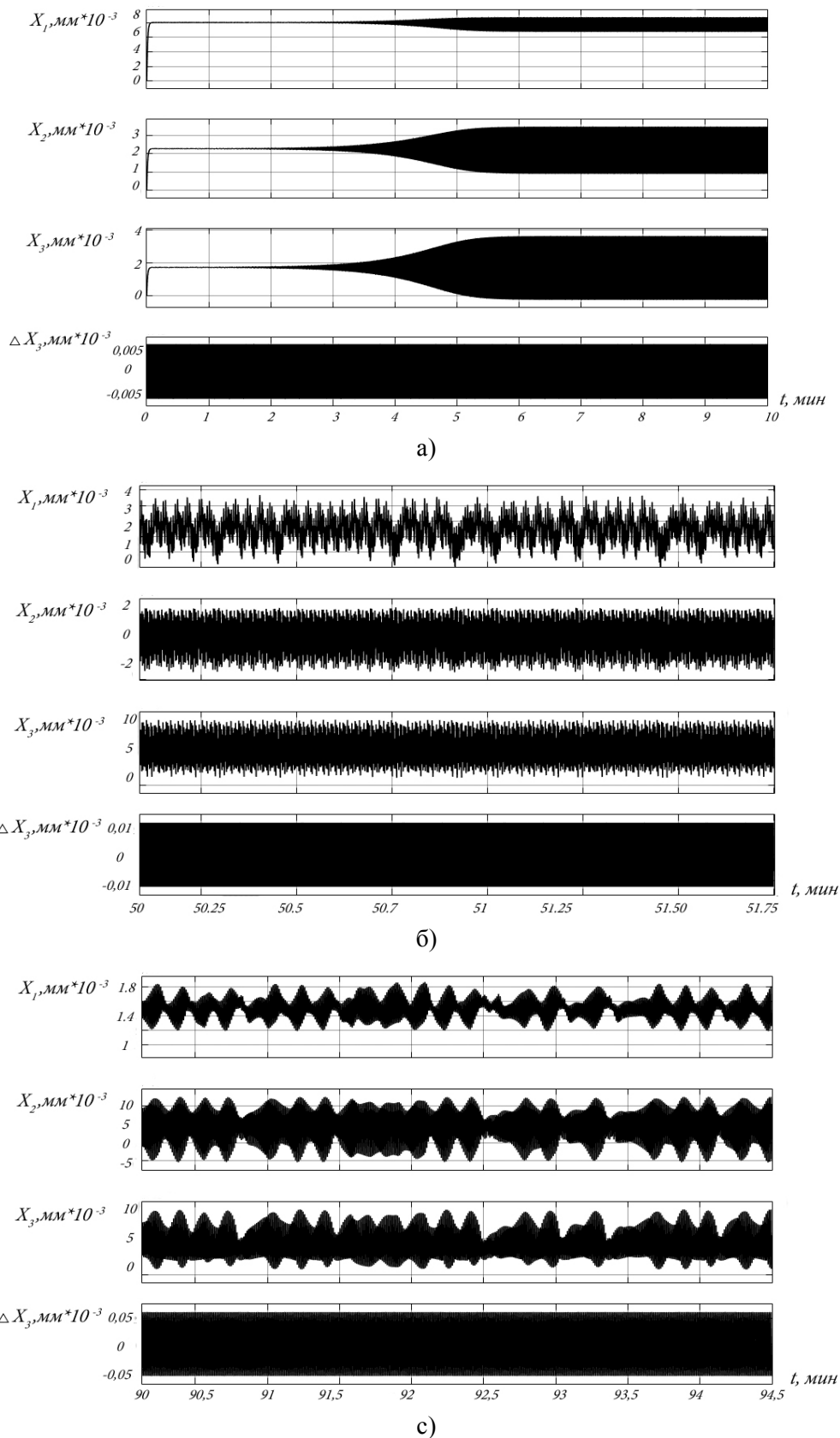


Рис. 2. Пример диаграмм эволюции износа инструмента по задней грани в зависимости от амплитуды биений шпиндельной группы на частоте 45 Гц: а — амплитуда биений 0,005 мм; б — амплитуда биений 0,01 мм; с – амплитуда биений 0,05 мм

Установлено также, что на интенсивность изнашивания оказывают влияние, как параметры взаимодействующих через процесс резания подсистем со стороны инструмента и обрабатываемой детали, так и параметры динамической связи, формируемой процессом резания. Необходимо обратить внимание на супернизкочастотные изменения деформационных смещений, которые свидетельствуют не только об изменениях свойств притягивающих множеств деформационных смещений, влияющих на микрорельеф поверхности, но и на изменение ее макрорельефа. Подчеркнем, что изменения макрорельефа связаны с эволюционными преобразованиями в динамической системе резания.

Анализ результатов. Для раскрытия изнашивания инструментов и изменения показателей качества изготовления деталей необходимо анализировать множество взаимосвязанных физических подсистем: механическую, термодинамическую, химическую и др. В данном исследовании представлено изучение влияния механической подсистемы на эволюцию износа инструмента и показатели качества изготовления деталей. Установлено, что эволюция этих параметров зависит как от геометрических параметров инструмента в исходном состоянии, так и от динамических свойств системы резания. Причем динамические свойства определяются параметрами взаимодействующих через резания подсистем, динамической связью, формируемой процессом резания, и внешними неуправляемыми возмущениями (биениями и кинематическими возмущениями). Исследования, выполненные по изучению износа на конкретном станке, можно переносить на другой станок с другими динамическими свойствами с большой осторожностью. Проведенные исследования показывают, что в этом случае различие в показателях износостойкости могут отличаться не только в несколько раз, но и на порядок. Наконец, разработанная методика и математические модели можно использовать для диагностирования износа инструмента непосредственно в процессе резания на основе наблюдения за доступными измерениями траекториями. Она является естественным развитием ранее выполненных положений о диагностировании износа инструмента [33].

Заключение. При построении программ ЧПУ недостаточно обеспечивать заданные траектории исполнительных элементов станка, необходимо осуществлять взаимное согласование динамических свойств подсистем и управления с учетом эволюции параметров связей и влияния кинематических возмущений и возмущений со стороны шпиндельной группы. Дальнейшее развитие предложенного исследования, математической модели и методики анализа эволюции динамической системы, позволит прогнозировать развитие износа инструмента и создать систему динамической диагностики износа в процессе резания.

Библиографический список

1. Дальский, А. М. Научные основы технологии машиностроения / А. М. Дальский, А.Г. Суслов. — Москва : Машиностроение, 2002. — 684 с.
2. Проников, А. С. Надежность машин / А. С. Проников. — Москва : Машиностроение, 1978. — 595 с.
3. Проников, А. С. Программный метод испытаний металлорежущих станков / А. С. Проников. — Москва : Машиностроение, 1985. — 288 с.
4. Zakovorotny V.L., Lukyanov A.D. [The problems of control of the evolution of the dynamic system interacting with the medium.] Mechanical Engineering and Automation, 2014, vol. 1, no. 5, pp. 271-285.
5. Заковоротный, В. Л. Моделирование эволюционных преобразований при обработке на металлорежущих станках с помощью интегральных операторов / В. Л. Заковоротный // Известия

высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Естественные науки. — 2004. — № 2. — С. 26–40.

6. Заковоротный, В. Л. Моделирование процесса изнашивания инструмента с помощью интегральных операторов / В. Л. Заковоротный [и др.] // СТИН. — 2004. — № 3. — С. 9–14.

7. Кудинов, В. А. Динамика станков / В. А. Кудинов. — Москва: Машиностроение, 1967. — 359 с.

8. Эльясберг, М. Е. Автоколебания металлорежущих станков: Теория и практика / М. Е. Эльясберг. — Санкт-Петербург: ОКБС, 1993. — 182 с.

9. Вейц, В. Л. Задачи динамики, моделирования и обеспечения качества при механической обработке маложестких заготовок / В. Л. Вейц, Д. В. Васильков // СТИН. — 1999. — № 6. — С. 9–13.

10. Городецкий, Ю. И. Теория нелинейных колебаний и динамика станков / Ю. И. Городецкий // Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. Серия: Математическое моделирование и оптимальное управление. — 2001. — № 2. — С. 69–88.

11. Воронов, С. А. Критерии оценки устойчивости процесса фрезерования нежестких деталей / С. А. Воронов, А. В. Непочатов, И. А. Киселев // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. — 2011. — № 1. — С. 50–62.

12. Васин, С. А. Синергетический подход к описанию природы возникновения и развития автоколебаний при точении / С. А. Васин, Л. А. Васин // Научные технологии в машиностроении. — 2012. — № 1. — С. 11–16.

13. Бородкин, Н. Н. Предотвращение процесса возникновения и развития автоколебаний при точении резцами со структурированными державками / Н. Н. Бородкин, С. А. Васин, Л. А. Васин // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. — 2014. — № 11-1. — С. 234-243.

14. Воронов, С. А. Нелинейные задачи динамики процессов резания / С. А. Воронов, И. А. Киселев // Машиностроение и инженерное образование. — 2017. — № 2 (51). — С. 9–23.

15. Gousskov, A. M., Voronov, S. A., Paris, H. & Batzer, S. A. [Nonlinear dynamics of a machining system with two interdependent delays.] Commun. Nonlin. Sci. Numer. Simul, 2002, no. 7, pp. 207–221.

16. V.L. Zakovorotny, V.E. Gvindjilia. [Influence of Kinematic Perturbations on Shape-generating Movement Trajectory Stability.] Procedia Engineering, 2017, vol. 206, pp. 157 – 162.

17. Козочкин, М. П. Исследование влияния износа режущей кромки инструмента на деформации поверхностного слоя детали / М. П. Козочкин, Д. Г. Алленов // Вестник МГТУ «Станкин». — 2015. — № 4 (35). — С. 22–29.

18. J. Warminski, G. Litak, M. P. Cartmell, R. Khanin, M. Wiercigroch. [Approximate analytical solutions for primary chatter in the non-linear metal cutting model.] Sound and Vibration, 2003, no. 259 (4), pp. 917–933.

19. Stepan, G. [Delay-differential equation models for machine tool chatter.] Nonlinear Dynamics of Material Processing and Manufacturing, ed. Moon F. C. (John Wiley, NY), 1998, pp. 165–192.

20. G. Stepan, T. Insperge and R. Szalai. [Delay, Parametric excitation, and the nonlinear dynamics of cutting processes.] Bifurcation and Chaos, 2005, vol. 15, no. 9, pp. 2783–2798.

21. Zakovorotny V.L., Lukyanov A.D., Gubanova A.A., Khristoforova V.V. [Bifurcation of stationary manifolds formed in the neighborhood of the equilibrium in a dynamic system of cutting.] *Sound and Vibration*, 2016, vol. 368, pp. 174-190.
22. Заковоротный, В. Л. Использование синергетической концепции для изучения устойчивости формообразующих траекторий попутного фрезерования / В. Л. Заковоротный, А. А. Губанова, А. Д. Лукьянов // СТИН. — 2016. — № 4. — С. 32–40.
23. Заковоротный, В. Л. Притягивающие множества при фрезеровании концевыми фрезами // В. Л. Заковоротный, А. А. Губанова, А. Д. Лукьянов // СТИН. — 2016. — № 8. — С. 27–33.
24. Заковоротный, В. Л. Влияние связи, формируемой процессом резания, на динамику системы / В. Л. Заковоротный, В. С. Быкадор // СТИН. — 2015. — № 12. — С. 18–24.
25. Zakovorotny V. [Bifurcations in the dynamic system of the mechanic processing in metal-cutting tools.] *WSEAS Transactions on Applied and Theoretical Mechanics*, 2015, vol. 10, pp. 102-116.
26. Заковоротный, В. Л. Самоорганизация и бифуркации динамической системы обработки металлов резанием. / В. Л. Заковоротный, Д. Т. Фам, В. С. Быкадор // Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. — 2014. — Т. 22, № 3. — С. 26–39.
27. Заковоротный, В. Л. Влияние изгибных деформаций инструмента на самоорганизацию и бифуркации динамической системы резания металлов / В. Л. Заковоротный, Д. Т. Фам, В. С. Быкадор // Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. — 2014. — Т. 22, № 3. — С. 40–52.
28. Заковоротный, В. Л. Параметрическое самовозбуждение динамической системы резания / В. Л. Заковоротный, Т. Х. Фам // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2013. — Т. 13, № 5–6 (74). — С. 97–103.
29. Заковоротный, В. Л. Влияние погрешности движения исполнительных элементов токарного станка на траектории формообразующих движений / В. Л. Заковоротный // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2017. — Т. 17, № 1 (88). — С. 35–46.
30. Заковоротный, В. Л. Влияние флуктуаций на устойчивость формообразующих траекторий при точении / В. Л. Заковоротный, В. Е. Гвинджилия // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Технические науки. — 2017. — № 2. — С.52–61.
31. Заковоротный, В. Л. Бифуркации притягивающих множеств деформационных смещений режущего инструмента в зависимости от биений шпиндельной группы / В. Л. Заковоротный, В. Е. Гвинджилия // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. — 2017. — Т. 38, № 6. — С. 40–52.
32. Заковоротный, В. Л. Влияние кинематических возмущений в направлении продольной подачи на траектории формообразующих движений / В. Л. Заковоротный, В. Е. Гвинджилия // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Технические науки. — 2016. — № 4 (192). — С. 67–76.
33. Заковоротный, В. Л. Информационное обеспечение системы динамической диагностики износа режущего инструмента на примере токарной обработки / В. Л. Заковоротный, Е. В. Бордачев // Проблемы машиностроения и надежности машин. — 1995. — № 3. — С. 95–103.